

# 단원 종합 평가

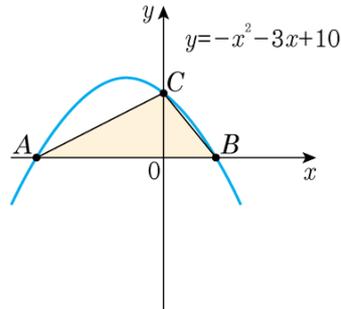
1. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 9)$  를 지난다고 한다. 이때,  $a$  의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$y = ax^2$  의 그래프가 점  $(-3, 9)$  를 지나므로  $9 = a \times (-3)^2$   
 $\therefore a = 1$

2. 다음 그림과 같이 이차함수  $y = -x^2 - 3x + 10$  의 그래프와  $x$  축과의 교점을 A, B 라 하고  $y$  축과의 교점을 C 라 할 때,  $\triangle ABC$  의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

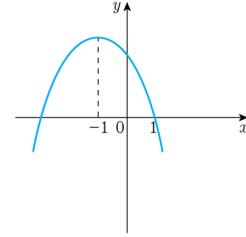
▶ 답:

▶ 정답: 35

해설

i) 점 A, B 는  $y = -x^2 - 3x + 10$  의  $x$  절편이므로  $y = 0$  이라 할 때  
 $-x^2 - 3x + 10 = 0$   
 $(x + 5)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = -5$  또는  $x = 2$   
 따라서 A 의 좌표는  $(-5, 0)$  이고 B 의 좌표는  $(2, 0)$  이다.  
 ii) 점 C 는  $y = -x^2 - 3x + 10$  의  $y$  절편이므로  $x = 0$  이라 하면  $y = 10$  이다.  
 따라서 C 의 좌표는  $(0, 10)$  이다.  
 iii)  $\triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$

3. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠  $ab < 0$
- ㉡  $ac < 0$
- ㉢  $a - b + c > 0$
- ㉣  $a + b + c < 0$
- ㉤  $4a - 2b + c > 0$
- ㉥  $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

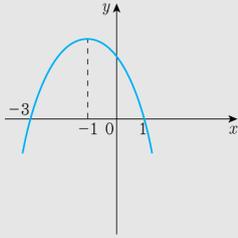
▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

▶ 정답: ㉥

해설

- ㉠ 축이  $y$  축 왼쪽에 있으므로  $ab > 0$  이다.
- ㉡  $a < 0, c > 0$  이므로  $ac < 0$  이다.
- ㉢  $f(-1) = a - b + c > 0$
- ㉣  $f(1) = a + b + c = 0$
- ㉤  $x = -1$  을 대칭축으로 가지므로 또 다른  $x$  절편은  $-3$  이다.



$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$   
 ㉥  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

4. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$  과  $y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 - 4x + 3 \\
 &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\
 &= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\
 &= 2(x - 1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)  
 꼭짓점의 좌표가 일치하므로  
 $y = x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1$   
 $= x^2 - 2x + 2$   
 $\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$

5. 이차함수  $y = x^2 - 6x + 3 + a$  의 그래프가 점 (1, 2) 를 지날 때, 이 함수의 최솟값은? [배점 4, 중중]

- ㉠ -2    ㉡ -1    ㉢ 1    ㉣ 2    ㉤ 4

해설

점(1, 2) 를 대입하면,  $a = 4$   
 $y = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2$   
 따라서 최솟값은  $-2$

6. 이차함수  $y = x^2 - 4x - 5$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 두 점의  $x$  좌표가  $p, q$  이고,  $y$  축과 만나는 점의  $y$  좌표가  $r$  일 때,  $p + q + r$  의 값은?

[배점 4, 중중]

- ㉠ -2    ㉡ -1    ㉢ 0    ㉣ 1    ㉤ 2

해설

$x$  축과의 교점 ( $y = 0$  을 대입) 의  $x$  좌표를 구하면,  
 $x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$   
 $\therefore x = -1, 5$   
 $y$  절편이  $-5$  이므로  $r = -5$   
 $\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$

7. 이차함수  $y = a(x + 3)^2 - 2$  의 그래프는 이차함수  $y = -(x + b)^2 + c$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-5$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-4$  만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값은?

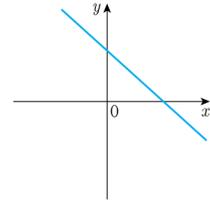
[배점 5, 중상]

- ㉠ -5    ㉡ -3    ㉢ -1    ㉣ 1    ㉤ 3

해설

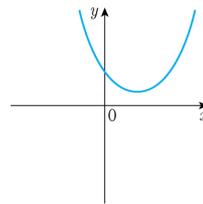
$y = -(x + 5 + b)^2 + c - 4 = a(x + 3)^2 - 2$  에서  
 $a = -1, 5 + b = 3, c - 4 = -2$   
 $\therefore a = -1, b = -2, c = 2$   
따라서  $a + b + c = -1$  이다.

8. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것은?

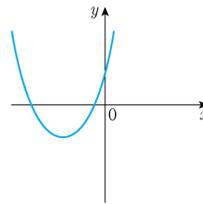


[배점 5, 중상]

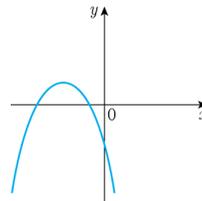
①



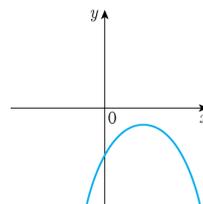
②



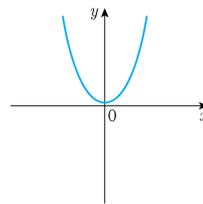
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로  $a < 0$  이고 ( $y$ 절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다. 따라서  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $-b < 0, -a > 0$  이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

9. 다음 중 이차함수  $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ①  $y$ 축에 대하여 대칭이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)이다.
- ④  $y = 2x^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤  $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점,  $y$ 축이 대칭축이다.  $a > 0$ 이면 아래로 볼록,  $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.  $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.  $y = -ax^2$ 와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.  $\therefore$  ②가 옳지 않다.

10. 아래 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 담장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는  $x$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 3m                      ② 4m                      ③ 5m
- ④ 6m                      ⑤ 7m

해설

직사각형의 세로의 길이를  $x$ , 가로 길이를  $20 - 2x$  라고 하면,  
 $y = x(20 - 2x)$   
 $= -2x^2 + 20x$   
 $= -2(x - 5)^2 + 50$   
 $x = 5$  일 때, 최댓값은 50 이다.

11. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

두 수를 각각  $x, x + 12$  라 하면  
 $y = x(x + 12)$   
 $= x^2 + 12x$   
 $x = (x + 6)^2 - 36$   
 $x = -6$  일 때, 최솟값  $-36$ 을 갖는다.  
 $x = -6, -6 + 12 = 6$   
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

12. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가  $x$  축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수  $q$ 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 8

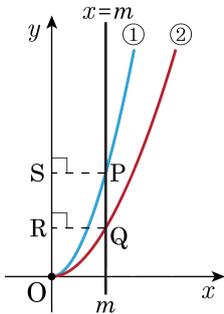
▷ 정답: 18

**해설**

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와  $x$  축과의 교점을 A, B라 하고,  $x$  좌표를 구하면  $\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서  $x = \pm\sqrt{2q}$  따라서  $x$  축과의 교점은  $A(-\sqrt{2q}, 0), B(\sqrt{2q}, 0)$  즉,  $\overline{AB} = 2\sqrt{2q}$  이고  $q$ 는 자연수이므로  $\sqrt{2q}$  가 정수가 되면 된다.  
 $\therefore q = 2, 8, 18$

13. 다음 그림은 이차함

수  $y = \frac{3}{4}x^2(x \geq 0) \dots \textcircled{1}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2(x \geq 0) \dots \textcircled{2}$ 의 그래프이다.  $y$  축에 평행한 직선  $x = m(m > 0)$ 이  $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P,  $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서  $y$  축에 내린 수선이  $y$  축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때,  $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는  $m$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ①  $\frac{3}{4}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{5}{12}$     ④  $\frac{12}{5}$     ⑤  $\frac{13}{5}$

**해설**

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면  $\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.  
 이것을 풀면  $\frac{5}{12}m^2 = m$   
 따라서,  $m > 0$ 이므로  $m = \frac{12}{5}$ 이다.

14. 직선  $y = 1 - x$ 의 그래프가  $x$  축과 만나는 점을 A, 포물선  $y = ax^2, y = bx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C,  $y$  축과 만나는 점을 D라 할 때,  $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 가 되기 위한 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a > b > 0$ ) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

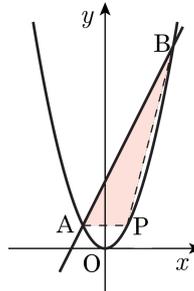
▷ 정답:  $a = 12$

▷ 정답:  $b = \frac{4}{9}$

**해설**

A(1,0), D(0, 1) 이고  $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$  이므로  $B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right), C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$   
 $y = bx^2$ 가  $B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ 를 지나므로  $b = \frac{4}{9}$   
 $y = ax^2$ 가  $C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ 를 지나므로  $a = 12$   
 $\therefore a = 12, b = \frac{4}{9}$

15. 포물선  $y = x^2$ 과 직선  $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B라 하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때,  $\triangle APB$ 의 넓이와  $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표를 구하여라.



[배점 6, 상중]

- ① (1,1)    ② (1,2)    ③ (2,1)  
 ④ (2,4)    ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와  $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는  $y = 2x$ 이다. 점 P는  $y = x^2$ 과  $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$  또는  $x = 0, y = 0$  (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)