

단원 종합 평가

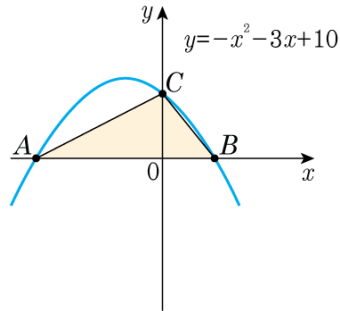
1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2$
 $\therefore a = 1$

2. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

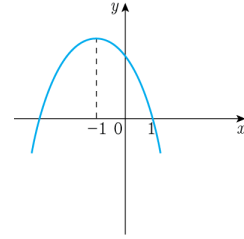
▶ 답:

▶ 정답: 35

해설

i) 점 A, B 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 x 절편이므로 $y = 0$ 이라 할 때
 $-x^2 - 3x + 10 = 0$
 $(x + 5)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $x = 2$
 따라서 A 의 좌표는 $(-5, 0)$ 이고 B 의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
 ii) 점 C 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 y 절편이므로 $x = 0$ 이라 하면 $y = 10$ 이다.
 따라서 C 의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.
 iii) $\triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $ab < 0$
 ㉡ $ac < 0$
 ㉢ $a - b + c > 0$
 ㉣ $a + b + c < 0$
 ㉤ $4a - 2b + c > 0$
 ㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

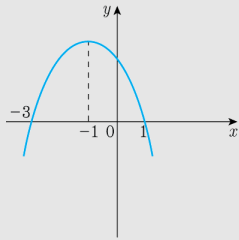
▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉥

해설

- ㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.
 ㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.
 ㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$
 ㉣ $f(1) = a + b + c = 0$
 ㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$$

$$\textcircled{\text{H}} f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$$

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$$

$$= 2(x - 1)^2 - 2 + 3$$

$$= 2(x - 1)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1$$

$$= x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 3 + a$ 의 그래프가 점 (1, 2) 를 지날 때, 이 함수의 최솟값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

점(1, 2) 를 대입하면, $a = 4$
 $y = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2$
 따라서 최솟값은 -2

6. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,
 $x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$
 $\therefore x = -1, 5$
 y 절편이 -5 이므로 $r = -5$
 $\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$

7. 이차함수 $y = a(x + 3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x + b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

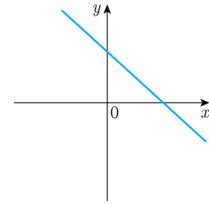
$$y = -(x + 5 + b)^2 + c - 4 = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에서}$$

$$a = -1, \quad 5 + b = 3, \quad c - 4 = -2$$

$$\therefore a = -1, \quad b = -2, \quad c = 2$$

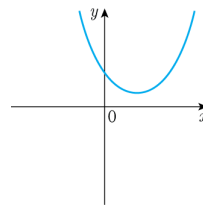
따라서 $a + b + c = -1$ 이다.

8. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

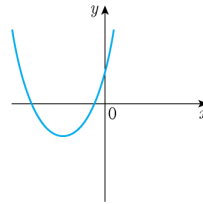


[배점 5, 중상]

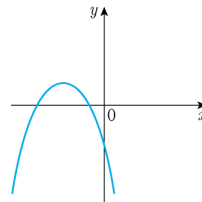
①



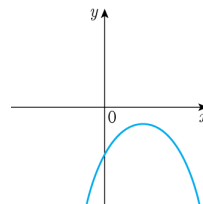
②



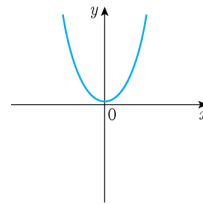
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 $(y절편) > 0$ 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

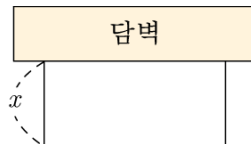
9. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
 ② 아래로 볼록하다.
 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
 ④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. $\therefore$ ②가 옳지 않다.

10. 아래 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 담장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

11. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x , $x + 12$ 라 하면
 $y = x(x + 12)$
 $= x^2 + 12x$
 $x = (x + 6)^2 - 36$
 $x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
 $x = -6$, $-6 + 12 = 6$
 따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

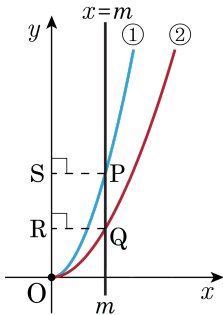
▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면 $\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서
 $x = \pm\sqrt{2q}$
 따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$
 즉, $\overline{AB} = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가
 정수가 되면 된다.
 $\therefore q = 2, 8, 18$

13. 다음 그림은 이차함

수 $y = \frac{3}{4}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의
 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m(m > 0)$ 이 $\textcircled{1}$
 과 만나는 점을 P, $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점
 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각
 S, R이라 할 때, $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는 m 의
 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

해설

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면
 $\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.
 이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2 = m$
 따라서, $m > 0$ 이므로 $m = \frac{12}{5}$ 이다.

14. 직선 $y = 1 - x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A,
 포물선 $y = ax^2$, $y = bx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서
 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D라 할
 때, $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 가 되기 위한 상수 a, b 의
 값을 구하여라. (단, $a > b > 0$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

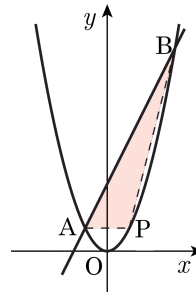
▷ 정답: $a = 12$

▷ 정답: $b = \frac{4}{9}$

해설

A(1,0), D(0, 1)이고 $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로
 $B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$
 $y = bx^2$ 가 $B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ 를 지나므로 $b = \frac{4}{9}$
 $y = ax^2$ 가 $C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ 를 지나므로 $a = 12$
 $\therefore a = 12, b = \frac{4}{9}$

15. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B
 라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여
 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와
 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표를 구하여라.



[배점 6, 상중]

- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1)
 ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로

직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$

이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로

$$x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$$

$\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)

그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)