

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?
[배점 2, 하중]

- ① $x = 5$ 또는 $x = -3$
- ② $x = -5$ 또는 $x = 3$
- ③ $x = 15$ 또는 $x = 1$
- ④ $x = -3$ 또는 $x = -5$
- ⑤ $x = -5$ 또는 $x = -3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= 0 \\ (x+3)(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 5 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $k = 0$
- ▷ 정답: $k = -8$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때
 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
 $D = (k+4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $(k+4)^2 = 16, k+4 = \pm 4, k = -4 \pm 4$
 따라서 $k = 0$ 또는 $k = -8$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $a = 8$
- ▷ 정답: $b = 16$

해설

$$\begin{aligned} x = -4 \text{ 를 중근으로 가지므로} \\ (x+4)^2 = 0, x^2 + 8x + 16 = 0 \\ \therefore a = 8, b = 16 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x(x+5) = 2x$ 를 풀어라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $x = 0$
- ▷ 정답: $x = -3$

해설

$$\begin{aligned} x(x+5) = 2x, x^2 + 5x - 2x = 0 \\ x^2 + 3x = 0, x(x+3) = 0 \\ \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: $-\frac{15}{4}$

해설

$$D = 25 + 4a = 0, a = -\frac{25}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0, \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$$

$$x = \frac{5}{2} = b$$

$$\therefore a + b = -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$$

6. $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$,
 $B = \{x \mid 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의
 원소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A에서 $(x-3)(x-1) = 0$, $x = 1, 3$
 집합 B에서 $(2x+3)(x-3) = 0$, $x = -\frac{3}{2}, 3$
 따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할
 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$x^2 - 4x - 3 = 0 \text{ 을 근의 공식으로 풀면}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{7} \text{ 이므로 } a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$$

8. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3일
 때, m 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

9. 이차방정식 $3x^2 - (k-2)x + m = 0$ 의 두 근의 곱이
 1, 합이 -2일 때, 실수 k, m 에 대하여 km 의
 값은? [배점 3, 하상]

- ① 6 ② 12 ③ -6

- ④ -12 ⑤ 3

해설

$$\text{두 근의 곱} : 1 = \frac{m}{3} \quad m = 3$$

$$\text{두 근의 합} : -2 = \frac{k-2}{3} \quad k = -4$$

$$\therefore km = (-4) \times 3 = -12$$

10. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두
 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?
 [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$

- ④ -5 ⑤ -1

해설

양변에 6을 곱하면 $3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2)$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x - 7)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = -1$
 $\alpha = 7$ 이므로 $\frac{\alpha}{7} = 1$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$
 $(x - 5)(x - 3) = 0$
 $a = 5, b = 3, a + 2 = 7, b + 2 = 5$
 $(x - 7)(x - 5) = 0$
 $x^2 - 12x + 35 = 0$

11. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이라고 한다. 합이 55가 되려면 1에서 몇까지 더해야 하는지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 55$ 이므로
 $n^2 + n - 110 = 0$
 $(n + 11)(n - 10) = 0$
 $\therefore n = 10 (n > 0)$

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

한 근이 6 이므로
주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면
 $6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$
 $33 - 11a = 0$
 $\therefore a = 3$
주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)
 $\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 - 2x - 35 = 0$ ② $x^2 + 2x - 35 = 0$
③ $x^2 - 12x + 35 = 0$ ④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

14. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때, a, b, c 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① $a = -2, b = -3, c = -5$
- ② $a = 2, b = -3, c = -5$
- ③ $a = -2, b = 3, c = 5$
- ④ $a = 2, b = 3, c = 5$
- ⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$\begin{aligned} (x+1)(2x-5) &= 0 \\ 2x^2 - 3x - 5 &= 0 \\ a = 2, b = -3, c &= -5 \end{aligned}$$

15. n 명 중에서 자격이 같은 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 가지이다. 어느 반에서 급식당번 2 명을 뽑는 경우의 수가 190 가지 일 때, 반 학생이 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 20 명

해설

$$\begin{aligned} \frac{n(n-1)}{2} &= 190 \text{ 이므로} \\ n^2 - n - 380 &= 0 \text{ 이고,} \\ (n+19)(n-20) &= 0 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } n &= 20 \text{ (} n \text{ 은 자연수) 이다.} \end{aligned}$$

16. 이차방정식 $2x^2+6x-3=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 의 두 근은 $\alpha+\beta, \alpha^2+\beta^2$ 이다. $b-c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 27

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -3, \alpha\beta = -\frac{3}{2} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 + 3 = 12 \\ (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) &= -b = 9 \\ \therefore b &= -9 \\ c &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = -36 \\ \therefore b - c &= -9 - (-36) = 27 \end{aligned}$$

17. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: 9
- ▷ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} \text{두 홀수를 } x, x+2 \text{ (} x \text{ 는 홀수) 라 하면} \\ x \times (x+2) &= 99 \text{ 이므로} \\ x^2 + 2x - 99 &= 0 \\ (x-9)(x+11) &= 0 \\ \text{따라서 } x &= 9 \text{ (} x \text{ 는 홀수) 이다.} \\ \text{두 홀수는 } 9, 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

해설

연속하는 두 홀수를 $2x - 1, 2x + 1$ (x 는 자연수) 라 하면

$$(2x + 1) \times (2x - 1) = 99 \text{ 이므로}$$

$$4x^2 - 100 = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

따라서 $x = 5$ (x 는 자연수) 이다.

두 홀수는 9, 11 이다.

18. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라. (단, $p > q$)

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

19. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $(2x + 1)(x + 2) = 0$
② $(2x - 1)(x + 2) = 0$
③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$
④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$
⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

$$2x + 1 = 0 \text{ 또는 } x - 2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

21. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $(\alpha + \frac{1}{\alpha})^2$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \text{ 의 근이 } \alpha \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0 \text{ 의 양변에 } \frac{1}{\alpha} \text{ 을 곱하면}$$

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 = 5$$

22. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 틀린 것은? [배점 4, 중중]

- ① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$
- ② $(x - 1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
- ③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
- ④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$
- ⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

23. 다음 중 $(a - 2)(b + 1) = 0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

- ㉠ $a = 2, b = 1$ ㉡ $a = 3, b = 1$
- ㉢ $a = 1, b = -1$ ㉣ $a = 2, b = -1$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣
- ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a - 2 = 0$ 또는 $b + 1 = 0$
 $a = 2$ 또는 $b = -1$

24. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서 $x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$
 $(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2}$
 $\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$
 따라서 $a = 1, a$ 값을 대입하면
 $\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$
 $\therefore b = -19$
 따라서 $a + b = -18$ 이다.

25. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$
 $n^2 + n - 380 = 0,$
 $(n + 20)(n - 19) = 0,$
 $n = -20$ 또는 $n = 19,$
 따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.