

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?

[배점 2, 하중]

- ① $x = 5$ 또는 $x = -3$
- ② $x = -5$ 또는 $x = 3$
- ③ $x = 15$ 또는 $x = 1$
- ④ $x = -3$ 또는 $x = -5$
- ⑤ $x = -5$ 또는 $x = -3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= 0 \\ (x+3)(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 5 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $k = 0$
- ▷ 정답: $k = -8$

해설

$$\begin{aligned} &\text{이차방정식의 판별식을 } D \text{ 라고 할 때} \\ &4x^2 + (k+4)x + 1 = 0 \text{ 이 중근을 가지려면 } D = 0 \\ &D = (k+4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0 \\ &(k+4)^2 = 16, k+4 = \pm 4, k = -4 \pm 4 \\ &\text{따라서 } k = 0 \text{ 또는 } k = -8 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $a = 8$
- ▷ 정답: $b = 16$

해설

$$\begin{aligned} &x = -4 \text{ 를 중근으로 가지므로} \\ &(x+4)^2 = 0, x^2 + 8x + 16 = 0 \\ &\therefore a = 8, b = 16 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x(x+5) = 2x$ 를 풀어라.

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $x = 0$
- ▷ 정답: $x = -3$

해설

$$\begin{aligned} &x(x+5) = 2x, x^2 + 5x - 2x = 0 \\ &x^2 + 3x = 0, x(x+3) = 0 \\ &\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: $-\frac{15}{4}$

해설

$$D = 25 + 4a = 0, a = -\frac{25}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0, \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$$

$$x = \frac{5}{2} = b$$

$$\therefore a + b = -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$$

6. $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$,
 $B = \{x \mid 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의
 원소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A에서 $(x-3)(x-1) = 0$, $x = 1, 3$
 집합 B에서 $(2x+3)(x-3) = 0$, $x = -\frac{3}{2}, 3$
 따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할
 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면
 $x = 2 \pm \sqrt{7}$ 이므로 $a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$

8. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3일
 때, m 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha + 3 = -1$, $\alpha = -2$
 $\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$
 $-2 = -m + 3$
 $\therefore m = 5$

9. 이차방정식 $3x^2 - (k-2)x + m = 0$ 의 두 근의 곱이
 1, 합이 -2일 때, 실수 k, m 에 대하여 km 의
 값은? [배점 3, 하상]

- ① 6 ② 12 ③ -6
 ④ -12 ⑤ 3

해설

두 근의 곱 : $1 = \frac{m}{3}$ $m = 3$
 두 근의 합 : $-2 = \frac{k-2}{3}$ $k = -4$
 $\therefore km = (-4) \times 3 = -12$

10. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두
 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?
 [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$
 ④ -5 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}
&\text{양변에 6을 곱하면 } 3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2) \\
&x^2 - 6x - 7 = 0 \\
&(x - 7)(x + 1) = 0 \\
&\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = -1 \\
&\alpha = 7 \text{ 이므로 } \frac{\alpha}{7} = 1
\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
&x^2 - 8x + 15 = 0 \\
&(x - 5)(x - 3) = 0 \\
&a = 5, b = 3, a + 2 = 7, b + 2 = 5 \\
&(x - 7)(x - 5) = 0 \\
&x^2 - 12x + 35 = 0
\end{aligned}$$

11. 자연수 1 에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이라고 한다.
합이 55가 되려면 1에서 몇까지 더해야 하는지
구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}
&\frac{n(n+1)}{2} = 55 \text{ 이므로} \\
&n^2 + n - 110 = 0 \\
&(n + 11)(n - 10) = 0 \\
&\therefore n = 10 (n > 0)
\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때,
 a 와 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}
&\text{한 근이 6 이므로} \\
&\text{주어진 식에 } x \text{ 대신 6 을 대입하면} \\
&6^2 - 6a - 5a - 3 = 0 \\
&33 - 11a = 0 \\
&\therefore a = 3 \\
&\text{주어진 식에 } a \text{ 대신 3 을 대입하면} \\
&x^2 - 3x - 18 = 0 \\
&(x - 6)(x + 3) = 0 \\
&x = 6 \text{ 또는 } x = -3 \text{ (다른 한 근)} \\
&\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0
\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할
때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는
이차방정식은? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 - 2x - 35 = 0$ ② $x^2 + 2x - 35 = 0$
 ③ $x^2 - 12x + 35 = 0$ ④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

14. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때,
 a, b, c 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① $a = -2, b = -3, c = -5$
 ② $a = 2, b = -3, c = -5$
 ③ $a = -2, b = 3, c = 5$
 ④ $a = 2, b = 3, c = 5$
 ⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(2x-5) &= 0 \\ 2x^2 - 3x - 5 &= 0 \\ a = 2, b = -3, c &= -5\end{aligned}$$

15. n 명 중에서 자격이 같은 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 가지이다. 어느 반에서 급식당번 2 명을 뽑는 경우의 수가 190 가지 일 때, 반 학생이 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20 명

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-1)}{2} &= 190 \text{ 이므로} \\ n^2 - n - 380 &= 0 \text{ 이고,} \\ (n+19)(n-20) &= 0 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } n &= 20 \text{ (} n \text{ 은 자연수) 이다.}\end{aligned}$$

16. 이차방정식 $2x^2+6x-3=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 의 두 근은 $\alpha+\beta, \alpha^2+\beta^2$ 이다. $b-c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -3, \alpha\beta = -\frac{3}{2} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 + 3 = 12 \\ (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) &= -b = 9 \\ \therefore b &= -9 \\ c &= (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = -36 \\ \therefore b - c &= -9 - (-36) = 27\end{aligned}$$

17. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

▶ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}\text{두 홀수를 } x, x+2 \text{ (} x \text{ 는 홀수) 라 하면} \\ x \times (x+2) &= 99 \text{ 이므로} \\ x^2 + 2x - 99 &= 0 \\ (x-9)(x+11) &= 0 \\ \text{따라서 } x &= 9 \text{ (} x \text{ 는 홀수) 이다.} \\ \text{두 홀수는 } 9, 11 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

해설

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1$ (x 는 자연수)라 하면

$$(2x+1) \times (2x-1) = 99 \text{ 이므로}$$

$$4x^2 - 100 = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

따라서 $x=5$ (x 는 자연수)이다.

두 홀수는 9, 11이다.

18. 이차방정식 $15-x=(x-3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p+2q$ 의 값을 구하여라. (단, $p>q$)

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x+1)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

19. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면? [배점 4, 중중]

① $(2x+1)(x+2) = 0$

② $(2x-1)(x+2) = 0$

③ $-(2x-1)(x-2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x-2) = 0$

⑤ $2(2x+1)(x-2) = 0$

해설

$$2x+1=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

20. 이차방정식 $ax^2+bx-7=0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, ap^2+bp+4 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

21. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $(\alpha + \frac{1}{\alpha})^2$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \text{의 근이 } \alpha \text{이므로}$$

$$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0 \text{의 양변에 } \frac{1}{\alpha} \text{을 곱하면}$$

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 = 5$$

22. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 틀린 것은? [배점 4, 중중]

- ① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$
 ② $(x-1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
 ③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
 ④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$
 ⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

- ① $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

23. 다음 중 $(a-2)(b+1) = 0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

- ㉠ $a = 2, b = 1$ ㉡ $a = 3, b = 1$
 ㉢ $a = 1, b = -1$ ㉣ $a = 2, b = -1$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣
 ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$a - 2 = 0$ 또는 $b + 1 = 0$
 $a = 2$ 또는 $b = -1$

24. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서 $x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$
 $(x-a)^2 = -b + a^2, (x-a) = \pm\sqrt{-b+a^2}$
 $\therefore x = a \pm \sqrt{-b+a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$
 따라서 $a = 1, a$ 값을 대입하면
 $\sqrt{1-b} = \sqrt{20}$
 $\therefore b = -19$
 따라서 $a + b = -18$ 이다.

25. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$
 $n^2 + n - 380 = 0,$
 $(n+20)(n-19) = 0,$
 $n = -20$ 또는 $n = 19,$
 따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.