

단원 종합 평가

1. 다음 중 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$
- ② $x^2 = -2x - 1$
- ③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$
- ④ $x(x - 4) = x^2 - 4$
- ⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$

2. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $x(x + 2) = 0$
- ② $x^2 + 2x - 3 = 0$
- ③ $x^2 + 6x + 8 = 0$
- ④ $2x^2 - x - 1 = 0$
- ⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

③ $(x + 2)(x + 4) = 0$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라. (단, A, B 는 유리수) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $A = -3$

▶ 정답: $B = 13$

해설

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$\therefore A = -3, B = 13$

4. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{15}{4}$

해설

$$D = 25 + 4a = 0, a = -\frac{25}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0, \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$$

$$x = \frac{5}{2} = b$$

$$\therefore a + b = -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$$

5. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x - 3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - b + c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$) [배점 3, 하상]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면 $x^2 - 3x + 4 = 0$
 $\therefore a = 1, b = -3, c = 4$, 따라서 $a - b + c = 8$

6. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

[배점 3, 하상]

- ① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초
 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$70 + 25t - 5t^2 = 40$$

$$t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$(t - 6)(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 6 \text{ (초)}$$

7. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0 \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

8. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $3 - \sqrt{5}$ ② $-3 - \sqrt{5}$ ③ $3 + \sqrt{5}$
 ④ $-3 + \sqrt{5}$ ⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

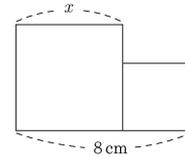
다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로

$$-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$$

$$\therefore a = -6$$

$$\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$$

9. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}$ cm ② $(8 - 2\sqrt{3})$ cm
 ③ 5cm ④ $(12 - 4\sqrt{3})$ cm
 ⑤ $(3 + 2\sqrt{2})$ cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8 - x)$ cm라고 하면,

$$x^2 = 3(8 - x)^2$$

$$x^2 = 3(64 - 16x + x^2), x^2 - 24x + 96 = 0$$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$$x = 12 \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

$x < 8$ 이므로 $x = 12 - 4\sqrt{3}$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x^2 - 10x + a = 0\}$,
 $B = \{x \mid x^2 + b = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3\}$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

주어진 식에 x 대신 3을 대입하면
 $3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$
 $3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$
 $\therefore a + b = 21 - 9 = 12$

11. 이차방정식 $2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때,
 다른 한 근을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

$2x^2 + 5x - a = 0$ 의 한 근이 1이므로
 $x = 1$ 을 대입하면
 $2 + 5 - a = 0, a = 7$
 $2x^2 + 5x - 7 = 0$
 $(2x + 7)(x - 1) = 0$
 $x = -\frac{7}{2}$ 또는 $x = 1$

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x + 6 - m = 0$ 이 중근을
 가질 때, m 의 값과 그 때의 해를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 5$

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 + 2x + 6 - m = 0$
 $\frac{D}{4} = 1 - (6 - m) = 0$
 $1 - 6 + m = 0$
 $\therefore m = 5$
 $m = 5$ 를 주어진 식에 대입하면
 $x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -1$

13. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 두 근의
 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는
 홀수)로 놓으면
 $m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$
 $(a + 2)^2 - a^2 = 24$
 $4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$
 $m = -2 \times 5 - 2 = -12$
 $\therefore n = 25 + 10 = 35$
 $\therefore n - m = 35 + 12 = 47$

14. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-x^2 + 2x + 8 = 0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.
 $x = 2$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근이므로
 $2^2 - 2 \times 2 + a = 0$
 $\therefore a = 0$

15. 이차방정식 $(x+2)^2 = 2a$ 의 한 근이 $-2 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

한 근이 $-2 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $-2 - \sqrt{2}$
 $(x+2)^2 = 2a, x^2 + 4x + (4 - 2a) = 0$
두 근의 곱은 $4 - 2a = (-2 + \sqrt{2}) \times (-2 - \sqrt{2}) = 2$
 $\therefore a = 1$

16. 이차방정식 $x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, mn 을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 35

해설

$x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha + \beta = -5$
 $\alpha\beta = -1$,
 $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - (\alpha + \beta - 2)x + (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) = 0$,
 $x^2 - (-5 - 2)x + (-1 + 5 + 1) = 0$,
 $x^2 + 7x + 5 = 0$,
 $m = 7, n = 5$,
 $\therefore mn = 35$

17. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2 일 때, $a - b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② -2 ③ 2
④ 10 ⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$
 $x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$
두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$
 $\therefore a - b = -10$

18. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0, 2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 동시에 만족하는 x 의 값은 4이다.

19. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은? (단, p, q 는 상수) [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$$2 + (-1) = -\frac{p}{2}, \quad 2 \times (-1) = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -2, \quad q = -4$$

이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{(-4)}{(-2)} = -2$$

20. 이차방정식 $x^2 - 5x + a = 0$ 의 한 근이 2이고, 다른 한 근이 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 의 한 근일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x + a = 0$ 에 대입하면

$$4 - 10 + a = 0, \quad a = 6 \text{ 이다.}$$

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$

$x = 3$ 을 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 에 대입하면

$$b = 18 \text{ 이다.}$$

따라서 $b - a = 18 - 6 = 12$ 이다.

21. 이차방정식 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $-4, -1$ ② $2\sqrt{7}, \frac{5}{9}$ ③ $2\sqrt{7}, 1$
 ④ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}$

해설

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(3x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

두 근의 합 : $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱 : $-\frac{1}{3}$

22. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 61 ② 51 ③ 11
 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2} \therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

23. 이차방정식 $(x - 1)(x - b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x - 1)(x - b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로 x 에 a 를 대입하면

$$(a - 1)(a - b) = -1$$

i) $a - 1 = -1, a - b = 1$ 인 경우

$$a = 0, b = -1, a \neq 0 \text{이므로 부적합}$$

ii) $a - 1 = 1, a - b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

24. 전체집합 $U = \{x \mid 7x - 5 \leq 4x + 16 \text{이고 } x \text{는 자연수}\}$ 일 때,

부분집합 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 에 대하여 A^C 을 원소나열법으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $A^C = \{1, 5, 6, 7\}$

② $A^C = \{1, 4, 5, 6, 7\}$

③ $A^C = \{1, 4, 5, 7\}$

④ $A^C = \{1, 2, 5, 6, 7\}$

⑤ $A^C = \{1, 3, 5, 6, 7\}$

해설

$$7x - 5 \leq 4x + 16 \text{ 에서 } 7x - 4x \leq 16 + 5, 3x \leq 21$$

$$\therefore x \leq 7$$

주어진 전체집합을 원소나열법으로 나타내면 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해집합은 $\{2, 3\}$ 이므로 $A^C = \{1, 4, 5, 6, 7\}$ 이 된다.

25. $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}, B = \{a - 2, a - 1, a, a + 1, a + 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로

$$a^2 - 6a + 11 = 3, a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(a - 2)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = 2, a = 4$$

$a = 2$ 이면 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 이고

$A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 조건에 부적합하다.

$$\therefore a = 4$$