단원 종합 평가

1. 다음 중 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$

② $x^2 = -2x - 1$

③ $(x-3)^2 = (3-x)^2$

④ $x(x-4) = x^2 - 4$

⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$

2. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2개) [배점 2, 하중]

① $x(x+2) = 0$ ② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 6x + 8 = 0$ ④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

③ $(x+2)(x+4) = 0$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.
(단, A, B 는 유리수) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -3$

▷ 정답: $B = 13$

해설

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$
$\therefore A = -3, B = 13$

4. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{4}$

해설

$D = 25 + 4a = 0,\ a = -\frac{25}{4}$
$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0,\ \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$
$x = \frac{5}{2} = b$
$\therefore a + b = -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$

5. 이차방정식 $(x-1)^2 = x - 3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - b + c$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0$) [배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 식을 전개하고 정리하면 $x^2 - 3x + 4 = 0$
$\therefore\ a = 1, b = -3, c = 4$, 따라서 $a - b + c = 8$

6. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70+25t-5t^2)$m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

[배점 3, 하상]

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초

④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$70+25t-5t^2=40$

$t^2-5t-6=0$

$(t-6)(t+1)=0$

$\therefore t=6$ (초)

7. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은? [배점 3, 하상]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면

$9x^2-2x-1=0,\ x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{9}$

$\therefore\ A=10$

8. 이차방정식 $x^2+ax+4=0$ 의 한 근이 $3-\sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a+b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① $3-\sqrt{5}$ ② $-3-\sqrt{5}$ ③ $3+\sqrt{5}$

④ $-3+\sqrt{5}$ ⑤ $-3-\sqrt{5}$

해설

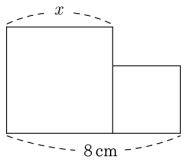
다른 한 근은 $b=3+\sqrt{5}$이므로

$-a=(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=6$

$\therefore a=-6$

$\therefore a+b=-3+\sqrt{5}$

9. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



[배점 3, 하상]

① $4\sqrt{3}$cm ② $(8-2\sqrt{3})$cm

③ 5cm ④ $(12-4\sqrt{3})$cm

⑤ $(3+2\sqrt{2})$cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8-x)$ cm라고 하면,

$x^2=3(8-x)^2$

$x^2=3(64-16x+x^2),\ x^2-24x+96=0$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$x=12\pm\sqrt{144-96}=12\pm4\sqrt{3}$

$x<8$이므로 $x=12-4\sqrt{3}$

10. 두 집합 $A=\{x \mid x^2-10x+a=0\}$, $B=\{x \mid x^2+b=0\}$에 대하여 $A\cap B=\{3\}$일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2-10\times 3+a=0 \quad \therefore\ a=21$

$3^2+b=0 \quad \therefore\ b=-9$

$\therefore\ a+b=21-9=12$

11. 이차방정식 $2x^2+5x-a=0$ 의 한 근이 $x=1$ 일 때, 다른 한 근을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

$2x^2+5x-a=0$ 의 한 근이 1이므로

$x=1$ 을 대입하면

$2+5-a=0$, $a=7$

$2x^2+5x-7=0$

$(2x+7)(x-1)=0$

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=1$

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2+2x+6-m=0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그 때의 해를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m=5$

▷ 정답: $x=-1$

해설

$x^2+2x+6-m=0$

$\frac{D}{4}=1-(6-m)=0$

$1-6+m=0$

$\therefore\ m=5$

$m=5$ 를 주어진 식에 대입하면

$x^2+2x+1=0,\ (x+1)^2=0$

$\therefore\ x=-1$

13. 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 두 근이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n-m$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2+mx+n=0$ 의 두 근을 $a,\ a+2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$m=-2a-2,\ n=a^2+2a$

$(a+2)^2-a^2=24$

$4a+4=24, 4a=20,\ a=5$

$m=-2\times 5-2=-12$

$\therefore n=25+10=35$

$\therefore\ n-m=35+12=47$

14. 이차방정식 $-x^2+2x+8=0$ 의 두 근의 합이 $x^2-2x+a=0$ 의 근일 때, a 의 값은?

[배점 3, 중하]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-x^2+2x+8=0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.
$x=2$가 $x^2-2x+a=0$의 근이므로
$2^2-2\times 2+a=0$
$\therefore\ a=0$

15. 이차방정식 $(x+2)^2=2a$ 의 한 근이 $-2+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

한 근이 $-2+\sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{2}$
$(x+2)^2=2a,\ x^2+4x+(4-2a)=0$
두 근의 곱은 $4-2a=(-2+\sqrt{2})\times(-2-\sqrt{2})=2$
$\therefore a=1$

16. 이차방정식 $x^2+5x-1=0$ 의 두 근을 α , β 라 하고 $\alpha-1$, $\beta-1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2+mx+n=0$ 이라 할 때, mn 을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$x^2+5x-1=0$ 의 두 근이 α , β 이므로 $\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-1$,
$\alpha-1$, $\beta-1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
$x^2-(\alpha+\beta-2)x+(\alpha\beta-\alpha-\beta+1)=0$,
$x^2-(-5-2)x+(-1+5+1)=0$,
$x^2+7x+5=0$,
$m=7$, $n=5$,
$\therefore\ mn=35$

17. 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$의 두 근이 1, 2일 때, $a-b$의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② -2 ③ 2

④ 10 ⑤ -10

해설

$x=1$을 대입하면 $2+a+b=0$
$x=2$를 대입하면 $8+2a+b=0$
두 방정식을 연립하여 풀면 $a=-6,\ b=4$
$\therefore\ a-b=-10$

18. 두 이차방정식 $2x^2-7x-4=0,\ 2x^2-5x-12=0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2x^2 - 7x - 4 = 0$
$(2x+1)(x-4) = 0$
$x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$
$2x^2 - 5x - 12 = 0$
$(2x+3)(x-4) = 0$
$x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 4$
따라서 동시에 만족하는 x의 값은 4이다.

19. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 -1 , 2 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은? (단, p , q 는 상수) [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서
두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$
$2 + (-1) = -\frac{p}{2}$, $2 \times (-1) = \frac{q}{2}$
$\therefore p = -2,\ q = -4$
이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서
두 근의 합은 $-\frac{(-4)}{(-2)} = -2$

20. 이차방정식 $x^2 - 5x + a = 0$ 의 한 근이 2 이고, 다른 한 근이 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 의 한 근일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x + a = 0$ 에 대입하면
$4 - 10 + a = 0,\ a = 6$ 이다.
$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
$x = 3$ 을 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 에 대입하면
$b = 18$ 이다.
따라서 $b - a = 18 - 6 = 12$ 이다.

21. 이차방정식 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은? [배점 4, 중중]

① -4, -1 ② $2\sqrt{7}$, $\frac{5}{9}$ ③ $2\sqrt{7}$, 1
④ $\frac{4}{3}$, $-\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$, $-\frac{1}{3}$

해설

$3x^2 - 4x + 1 = 0$
$(x-1)(3x+1) = 0$
$x = 1$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
두 근의 합 : $\frac{4}{3}$, 두 근의 곱 : $-\frac{1}{3}$

22. 부등식 $2 \le 2x - 2 < 5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 근일 때, $a^2 - b^2$의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 61 ② 51 ③ 11
④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x-2 < 5$를 풀면 다음과 같다.

$4 \leq 2x < 7$

$2 \leq x < \frac{7}{2} \quad \therefore x = 2,\ 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = -5,\ b = 6$

$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$

23. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$이 0이 아닌 중근 a를 가진다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 정수)

[배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$이 중근 a를 가지므로

x에 a를 대입하면

$(a-1)(a-b) = -1$

i) $a-1 = -1,\ a-b = 1$인 경우

$a = 0,\ b = -1,\ a \neq 0$이므로 부적합

ii) $a-1 = 1,\ a-b = -1$인 경우

$a = 2,\ b = 3$

$\therefore\ b = 3$

24. 전체집합 $U = \{x \mid 7x-5 \leq 4x+16$이고$x$는 자연수$\}$일 때,

부분집합 $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$에 대하여 A^C을 원소나열법으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① $A^C = \{1,\ 5,\ 6,\ 7\}$

② $A^C = \{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$

③ $A^C = \{1,\ 4,\ 5,\ 7\}$

④ $A^C = \{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7\}$

⑤ $A^C = \{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$

해설

$7x-5 \leq 4x+16$에서 $7x-4x \leq 16+5$, $3x \leq 21$

$\therefore\ x \leq 7$

주어진 전체집합을 원소나열법으로 나타내면 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$이다.

$x^2-5x+6=0$의 해집합은 $\{2,\ 3\}$이므로 $A^C = \{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$이 된다.

25. $A = \{1,\ 2,\ a^2-6a+11\}$, $B = \{a-2,\ a-1,\ a,\ a+1,\ a+2\}$에 대하여 $A \cap B = \{2,\ 3\}$일 때, a의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = \{2,\ 3\}$이므로

$a^2 - 6a + 11 = 3,\ a^2 - 6a + 8 = 0$

$(a-2)(a-4) = 0$

$\therefore\ a = 2,\ a = 4$

$a = 2$이면 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이고

$A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 조건에 부적합하다.

$\therefore\ a = 4$