단원 종합 평가

1. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$2x^2 - 9x + +9 = 0,\ 4x^2 + 8x + 3 = 0$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$2x^2 - 9x + 9 = 0$

$(x-3)(2x-3) = 0$

$x = 3$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

$4x^2 - 8x + 3 = 0$

$(2x-3)(2x-1) = 0$

$x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

2. $A = \{x|\ x^2 - 4x + 3 = 0\}$,

$B = \{x|\ 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의 원소인 것은? [배점 3, 하상]

① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A 에서 $(x-3)(x-1) = 0,\ x = 1, 3$

집합 B 에서 $(2x+3)(x-3) = 0,\ x = -\frac{3}{2}, 3$

따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

3. x 가 집합 $\{x|0 < x < 3\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해집합은? [배점 3, 하상]

① $\{-3,\ -2\}$ ② $\{-2\}$

③ $\{2\}$ ④ $\{3\}$

⑤ $\{2,\ 3\}$

해설

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$(x-2)(x-3) = 0\ \therefore\ x = 2,\ 3$

x 가 집합 $\{x|0 < x < 3\}$ 의 원소이므로, 해집합은 $\{2\}$ 이다.

4. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장 을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

$x(x-7) = 30$

$x^2 - 7x - 30$

$(x-10)(x+3) = 0$

$\therefore x = 10$ ($\because x$ 는 자연수)

5. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2=k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

① $p \geq 0$ ② $p<0$ ③ $k>0$

④ $k<0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$(x-p)^2=k,\ x-p=\pm\sqrt{k},\ x=p\pm\sqrt{k}$
서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.
$\therefore k>0$

6. 이차방정식 $(2x-1)^2=3$ 의 두 근의 합을 구하면? [배점 3, 중하]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$(2x-1)^2=3$
$x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$
$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}=1$

7. $x^2-2x-1=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, 다음 중 $\alpha^2,\ \beta^2$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

① $x^2+6x+1=0$ ② $x^2-6x+1=0$

③ $x^2+6x-1=0$ ④ $x^2+3x+1=0$

⑤ $x^2-3x+1=0$

해설

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-1$ 에서
$\alpha^2+\beta^2=6,\ \alpha^2\beta^2=1$ 이므로
$x^2-6x+1=0$

8. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t-5t^2)$m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 초

해설

$50t-5t^2=105$ 이므로
$5t^2-50t+105=0$
$t^2-10t+21=0$
$(t-3)(t-7)=0$
따라서 $t=3,\ 7$ 이다.
처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

9. $x^2-2x-2=0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $x^2-x+k=0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x^2-2x-2=0$ 의 (두 근의 곱) $=-2$
$x^2-x+k=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면 $k=-6$ 이다.

10. x의 값의 범위가 $\{x|-2 \le x \le 2,$ x는 정수$\}$일 때, 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 해를 구하면? [배점 4, 중중]

① $x=-1$

② $x=1$

③ $x=2$

④ $x=1$ 또는 $x=2$

⑤ $x=-2$ 또는 $x=1$

해설

x의 값의 범위가 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$이므로 원소를 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x=-1$이다.

11. 두 집합 $A=\{x|x^2+ax+b=0\}$, $B=\{x|x^2+cx+d=0\}$에 대하여 $A\cup B=\{-1, 3, 5\}$, $A\cap B=\{3\}$ 일 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$A\cup B=\{-1, 3, 5\}$, $A\cap B=\{3\}$ 이므로
$A=\{-1, 3\}$, $B=\{3, 5\}$ 라 하면
$A: (x+1)(x-3)=x^2-2x-3=0$
$a=-2, b=-3$
$B: (x-3)(x-5)=x^2-8x+15=0$
$c=-8, d=15$
$a+b+c+d=-2-3-8+15=2$

12. 이차방정식 $2x^2+4x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$의 값은? [배점 4, 중중]

① -10 ② -2 ③ 4

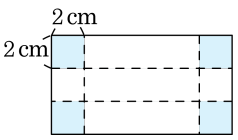
④ 10 ⑤ -4

해설

$\alpha+\beta=-2, \alpha\beta=-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-2}{-\frac{1}{2}}=4$

13. 가로가 세로보다 5 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가 28 cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 66 cm^2

해설

세로의 길이 : x cm , 가로의 길이 : $x+5$ cm라고 하면,
$2(x-4)(x+5-4)=28$
$2x^2-6x-8-28=0$
$x^2-3x-18=0$
$(x-6)(x+3)=0, \ x=6$
따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+5)=6(6+5)=66(\text{cm}^2)$ 이다.

14. $A=\{x \mid x^2+k(4x+1)+3=0\}$ 에 대하여 $n(A)=1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k>0$) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$n(A)=1$ 이므로 $x^2+4kx+k+3=0$ 이 중근을 갖는다.
따라서 $D=(4k)^2-4(k+3)=0,\ 4k^2-k-3=0$
$(4k+3)(k-1)=0$
$k>0$ 이므로 $k=1$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2+4x-1=0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n<a<n+1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2+4x-1=0$ 의 두 근은 $x=-2\pm\sqrt{5}$
a 는 양수이므로 $a=-2+\sqrt{5}$
$0<-2+\sqrt{5}<1 \therefore n=0$

16. 이차방정식 $x^2+2x-8=0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -8 ② -2 ③ 10 ④ 16 ⑤ 26

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -2 , 두 근의 곱은 -8
따라서 $-2,-8$ 이 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이다.
두 근의 합 $-a=-10$, 두 근의 곱 $b=16$
$a=10,\ b=16\ \therefore\ a+b=26$

17. 부등식 $2\le 2x-2\ <5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근일 때, a^2-b^2의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 61 ② 51 ③ 11
④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2\le\ 2x-2\ <\ 5$를 풀면 다음과 같다.
$4\le\ 2x\ <\ 7$
$2\le\ x\ <\ \frac{7}{2}\ \ \therefore x=2,\ 3$
이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면
$a=-5,\ b=6$
$\therefore a^2-b^2=(-5)^2-6^2=25-36=-11$

18. 이차방정식 $(x-1)^2=3-k$의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $k=-6$이면 근이 2개이다.
② $k=-1$이면 정수인 근을 갖는다.
③ $k=0$이면 무리수인 근을 갖는다.
④ $k=1$이면 근이 1개이다.
⑤ $k=3$이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

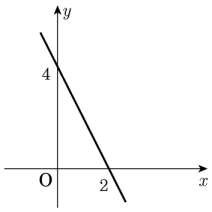
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 2개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 0개

19. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0,4)$, $(2,0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2,\ b = -4$

$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이므로

두 근의 차는 $\pm\sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

20. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1,\ \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 $a,\ b$ 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$

$\alpha + \beta = 4$

$\therefore a = 4$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$

$2b - 4 + 1 = -4$

$2b = -1$

$\therefore b = -\frac{1}{2}$

$\therefore ab = 4 \times (-\frac{1}{2}) = -2$

21. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta,\ \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=\dfrac{5}{4}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-2)^2-\dfrac{5}{2}=\dfrac{3}{2}$

$x^2+bx+c=0$ 의 근이 $-2,\ \dfrac{3}{2}$ 이므로

$-b=-2+\dfrac{3}{2},\ b=\dfrac{1}{2}$

$c=-2\times\dfrac{3}{2}=-3$

$\therefore\ b+c=\dfrac{1}{2}-3=-\dfrac{5}{2}$

22. 이차방정식 $x^2+2x+A=0$ 의 근이 $x=2$ 또는 $x=-4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$(x-2)(x+4)=0$

$x^2+2x-8=0,\ A=-8$

23. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2=b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $b\geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b=0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b>0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b<0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b>0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

24. 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2-4x=3x\ [0]$

② $x^2+2x-8=0\ [-2]$

③ $(x+2)^2=9x\ [2]$

④ $2x-7x+6=0\ [2]$

⑤ $2x^2-15x-8=0\ [8]$

해설

[ ] 안의 수를 식에 대입한다.

25. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. □ 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) $=0$ 의 모양으로 되는 식을 □ 이라고 한다. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) $=0$ 의 형태를 이차방정식이라 한다.