

단원 종합 평가

1. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$2x^2 - 9x + 9 = 0, \quad 4x^2 + 8x + 3 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $x = \frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(2x - 3) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

$$4x^2 + 8x + 3 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

2. $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$,
 $B = \{x \mid 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의
 원소인 것은? [배점 3, 하상]

① $-\frac{2}{3}$

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

집합 A 에서 $(x - 3)(x - 1) = 0$, $x = 1, 3$

집합 B 에서 $(2x + 3)(x - 3) = 0$, $x = -\frac{3}{2}, 3$

따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

3. x 가 집합 $\{x \mid 0 < x < 3\}$ 의 원소일 때, 이차방정식
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해집합은?

[배점 3, 하상]

① $\{-3, -2\}$

② $\{-2\}$

③ $\{2\}$

④ $\{3\}$

⑤ $\{2, 3\}$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \therefore x = 2, 3$$

x 가 집합 $\{x \mid 0 < x < 3\}$ 의 원소이므로, 해집합은 $\{2\}$ 이다.

4. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권
 30 장 을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게
 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개 가
 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를
 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 (\because x \text{ 는 자연수})$$

5. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$
 ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$(x-p)^2 = k$, $x-p = \pm\sqrt{k}$, $x = p \pm \sqrt{k}$
 서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.
 $\therefore k > 0$

6. 이차방정식 $(2x-1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$(2x-1)^2 = 3$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = 1$$

7. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 6x + 1 = 0$ ② $x^2 - 6x + 1 = 0$
 ③ $x^2 + 6x - 1 = 0$ ④ $x^2 + 3x + 1 = 0$
 ⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1 \text{ 에서}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

8. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3 초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t-3)(t-7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.
 처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

9. $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $x^2 - x + k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ 의 (두 근의 곱)} = -2$$

$$x^2 - x + k = 0 \text{ 에 } x = -2 \text{ 를 대입하면 } k = -6 \text{ 이다.}$$

10. x 의 값의 범위가 $\{x | -2 \leq x \leq 2, x \text{는 정수}\}$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① $x = -1$
② $x = 1$
③ $x = 2$
④ $x = 1$ 또는 $x = 2$
⑤ $x = -2$ 또는 $x = 1$

해설

x 의 값의 범위가 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 원
소를 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x = -1$
이다.

11. 두 집합 $A = \{x | x^2 + ax + b = 0\}$,
 $B = \{x | x^2 + cx + d = 0\}$ 에 대하여
 $A \cup B = \{-1, 3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$A \cup B = \{-1, 3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로
 $A = \{-1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$ 라 하면
 $A : (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3 = 0$
 $a = -2, b = -3$
 $B : (x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15 = 0$
 $c = -8, d = 15$
 $a + b + c + d = -2 - 3 - 8 + 15 = 2$

12. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할
때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

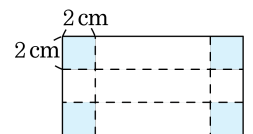
- ① -10 ② -2 ③ 4
④ 10 ⑤ -4

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

13. 가로가 세로보다 5cm 더 긴
직사각형 모양의 종이가 있다.
네 모퉁이에서 그림과 같이 한
변이 2cm인 정사각형을 잘라
부피가 28 cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형
모양의 종이의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 66 cm^2

해설

세로의 길이 : $x \text{ cm}$, 가로의 길이 : $x + 5 \text{ cm}$ 라고
하면,
 $2(x-4)(x+5-4) = 28$
 $2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x-6)(x+3) = 0, x = 6$
따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+5) = 6(6+5) = 66(\text{cm}^2)$ 이다.

14. $A = \{x \mid x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0\}$ 에 대하여
 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)
 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$n(A) = 1$ 이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

따라서 $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0, 4k^2 - k - 3 = 0$
 $(4k + 3)(k - 1) = 0$
 $k > 0$ 이므로 $k = 1$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1 \therefore n = 0$

16. 이차방정식 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이
 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?
 [배점 4, 중중]

① -8 ② -2 ③ 10 ④ 16 ⑤ 26

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -2 , 두 근의 곱은 -8

따라서 $-2, -8$ 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이다.

두 근의 합 $-a = -10$, 두 근의 곱 $b = 16$

$a = 10, b = 16 \therefore a + b = 26$

17. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가
 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의
 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 61 ② 51 ③ 11

④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$4 \leq 2x < 7$

$2 \leq x < \frac{7}{2} \therefore x = 2, 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = -5, b = 6$

$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$

18. 이차방정식 $(x - 1)^2 = 3 - k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.

⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

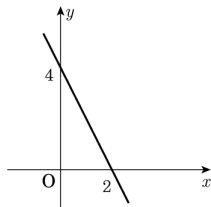
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 2개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 0개

19. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$

- ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이므로

$$\text{두 근의 차는 } \pm\sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

20. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α , β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1$, $\beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a$, $\alpha\beta = 2b$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4$$

$$2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

21. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta$, $\alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ = (-2)^2 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{3}{2}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

22. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

23. 다음 중 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

- ⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

24. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ① $x^2 - 4x = 3x$ [0]
② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]
③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]
④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]
⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

25. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. [] 안에 알맞은 말을 써라.
방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0의 모양으로 되는 식을 [] 이라고 한다. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0의 형태를 이차방정식이라 한다.