

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

[배점 3, 중하]

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

2. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 2x - 5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a - b)^2 - (a + b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$(x - 4)^2 = 2x - 5$$

$$x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x - 7)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 3$$

$$a > b \text{ 이므로 } a = 7, b = 3$$

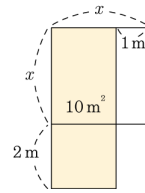
$$(2a - b)^2 - (a + b)^2$$

$$= (2a - b + a + b)(2a - b - a - b)$$

$$= 3a(a - 2b)$$

$$= 3 \times 7 \times (7 - 6) = 21$$

3. 정사각형 모양의 꽃밭을 가로는 1m 줄이고, 세로는 2m 늘였더니 넓이가 10m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3m

해설

꽃밭의 한 변의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$(x - 1)(x + 2) = 10$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 3 (\because x > 0)$$

4. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)\text{m}$ 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

5. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라.
(단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 12$

▷ 정답 : $x = -6$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + mx + 2m + 12 = 0 \text{ 이 중근을 가지려면} \\ \left(\frac{m}{2}\right)^2 &= 2m + 12 \\ m^2 - 8m - 48 &= 0 \\ (m - 12)(m + 4) &= 0 \\ m &= 12 (\because m > 0) \\ x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 &= 0 \\ (x + 6)^2 &= 0 \\ x &= -6 (\text{중근}) \end{aligned}$$

6. $\{x | ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0\} = \{-5, b\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

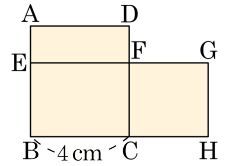
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned} x = -5 \text{ 일 때} \\ a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 &= 0 \\ 25a - 20a - 10 - a - 2 &= 0 \\ 4a = 12, a &= 3 \\ 3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 &= 0 \\ 3x^2 + 14x - 5 &= 0 \\ (x + 5)(3x - 1) &= 0 \\ x = -5, x = \frac{1}{3} &= b \\ \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

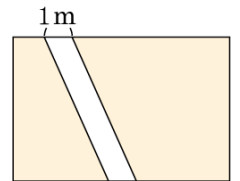
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= x\text{cm 라고 하면} \\ 4 \times 4 &= x(4 + x) \\ 16 &= 4x + x^2 \\ x^2 + 4x - 16 &= 0 \\ x &= -2 \pm 2\sqrt{5} \\ x > 0 \text{ 이므로 } x &= -2 + 2\sqrt{5} (\text{cm}) \text{ 이다.} \\ \text{따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는} \\ \{4 + 2(-2 + 2\sqrt{5})\} \times 2 &= 8\sqrt{5} (\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 5m 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 1m 인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 45m^2 가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 3m ② 5m ③ 7m
④ 9m ⑤ 11m

해설

$$\begin{aligned} \text{세로의 길이를 } x\text{m 라 하면} \\ x(x + 5) - x &= 45 \\ x^2 + 4x - 45 &= 0 \\ (x + 9)(x - 5) &= 0 \\ \therefore x &= 5 (\because x > 0) \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $5x^2 - 2x - a = 0$ 의 두 근의 곱이 -2 이고 해가 $\frac{k \pm \sqrt{m}}{5}$ 일 때, $m - k$ 의 값을 구하여라.
(단, a 는 상수, k 와 m 은 유리수) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 곱}) &= -\frac{a}{5} = -2 \\ \therefore a &= 10 \\ (\text{두 근의 합}) &= \frac{2}{5} = \frac{2k}{5} \\ \therefore k &= 1 \\ \left(\frac{k + \sqrt{m}}{5}\right) \times \left(\frac{k - \sqrt{m}}{5}\right) &= \frac{k^2 - m}{25} = \\ \frac{1 - m}{25} &= -2, m = 51 \\ \therefore m - k &= 51 - 1 = 50 \end{aligned}$$

10. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} n(A) = 1 &\text{ 이므로 이차방정식 } 4x^2 - 32x + k + 4 = 0 \\ &\text{은 중근을 갖는다.} \\ 4x^2 - 32x + k + 4 &= 0 \\ 4(x^2 - 8x) &= -k - 4 \\ 4(x^2 - 8x + 16) &= -k - 4 + 64 \\ 4(x - 4)^2 &= -k + 60 \\ \text{중근을 가져야 하므로 } &-k + 60 = 0 \\ \therefore k &= 60 \end{aligned}$$

11. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 해를 가질 조건은? [배점 5, 중상]

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k \geq 0$
④ $k > 0$ ⑤ $k < 0$

해설

$$\begin{aligned} (x - p)^2 &= k, x - p = \pm \sqrt{k} \\ \therefore x &= p \pm \sqrt{k} \\ \text{이차방정식은 실수 범위이므로, 근호 안에 있는} \\ &\text{수는 음수가 될 수 없다.} \\ \therefore k &\geq 0 \end{aligned}$$

12. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

$$\begin{aligned} \text{중근을 가지려면 } x^2 + ax + b &= 0 \text{ 이 완전제곱식이} \\ &\text{되어야 하므로 } \left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.} \\ a^2 = 4b \text{ 를 만족하는 } (a, b) &\text{를 구하면 } (a, b) = \\ &(2, 1), (4, 4) \text{ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는} \\ &36 \text{ 가지이다.} \\ \text{따라서 구하는 확률은 } \frac{2}{36} &= \frac{1}{18} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

13. x 에 대한 이차방정식 $(m - 1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$\therefore m = 3$ 또는 $m = -2$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$x = -\frac{7}{3}$ 또는 $x = 3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$x = 3$ 또는 $x = \frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양이므로 적합)

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

14. 굴 360 개를 학생들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 학생 2 명이 더 와서 학생들에게 이미 나누어 준 굴을 2 개씩 받아서(회수하여), 나중에 온 2 명의 학생들에게 똑같이 주었더니 모든 학생들에게 돌아간 굴의 수가 같게 되었다. 처음 학생 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 18 명

해설

처음 학생 수: x 명이라고 하면,

→ 처음 한 사람당 받은 굴 수: $\frac{360}{x}$ 개

나중 학생 수: $(x+2)$ 명

→ 나중에 한 사람당 받은 굴 수: $\left(\frac{360}{x} - 2\right)$ 개

이므로

$$\left(\frac{360}{x} - 2\right)(x+2) = 360$$

$$\text{정리하면 } x^2 + 2x - 360 = (x+20)(x-18) = 0$$

$$\therefore x = 18$$

15. 다음 그림과 같이 가로,

세로의 길이가 각각 16 cm

, 8 cm 인 직사각형 ABCD

에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점

A 에서 B 까지 매초 1 cm

의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서

점 C 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직인다. 두 점 P ,

Q 가 각각 점 A , B 를 동시에 출발할 때 몇 초후 에

$\triangle PBQ$ 의 넓이가 15 cm^2 가 되는지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 3 초후

▶ 정답: 5 초후

해설

x 초 후, $\overline{BP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면

$$\overline{BP} = 8 - x, \overline{BQ} = 2x,$$

$$\triangle PBQ = 2x(8-x) \times \frac{1}{2} = 15,$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0,$$

$$(x-3)(x-5) = 0,$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = 5$ 이다.

16. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

17. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 24 &= 0 \\ (x + 12)(x - 2) &= 0 \\ \therefore x &= -12 \text{ 또는 } x = 2 \end{aligned}$$

18. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} (x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8 \end{aligned}$$

20. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

21. 다음 그림과

같이 삼각형 ABC

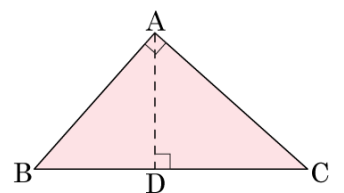
에서 $\angle BAC = 90^\circ$,

$\angle ADC = 90^\circ$ 이다.

선분 AD 의 길이는

6cm, 선분 BD 의 길이는 4cm 이고, 선분 AB 의 길이와 선분 DC 의 길이는 같다고 한다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 1cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.

[배점 5, 상하]



▶ 답 :

▷ 정답 : 8cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{DC} &= x \text{ cm 라고 하면 } \overline{AC} = x + 1 \\ \frac{1}{2}x(x+1) &= \frac{1}{2} \times 6(x+4) \\ \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 &= 0 \\ x^2 - 5x - 24 &= 0 \\ (x-8)(x+3) &= 0 \\ x &= 8 \quad (\because x > 0)\end{aligned}$$

22. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때,
 $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20
 이하인 것의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$\begin{aligned}[x]^2 - [x] - 2 &= ([x] - 2)([x] + 1) = 0 \\ \therefore [x] &= 2 \text{ 또는 } [x] = -1 \\ \text{그런데, } [x] &\neq -1 \text{ 이므로 } [x] = 2 \\ \text{양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,} \\ 20 \text{ 이하의 소수를 구하면} \\ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \text{ 이다.} \\ \therefore &8 \text{ 개}\end{aligned}$$

23. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y)
 의 개수를 구하여라. (단 $x > y$) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{2}, \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2}, xy = 2(x+y) \\ xy - 2(x+y) &= 0, xy - 2(x+y) + 4 = 4 \\ xy - 2x - 2y + 4 &= 4, x(y-2) - 2(y-2) = 4 \\ (x-2)(y-2) &= 4 \text{ 그런데 } x, y \text{ 는 정수이므로}\end{aligned}$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1
x	3	4	6	1	0	-2
y	6	4	3	-2	0	1

$x \neq 0, y \neq 0$ 이고 $x > y$ 이므로
 구하는 (x, y) 는 $(6, 3), (1, -2)$

24. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속하는
 정수이고, q 가 소수일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.
 (단 p 는 자연수) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $p + q = 5$

해설

$$\begin{aligned}\text{두 근을 } \alpha, \alpha + 1 \text{ (}\alpha \text{ 는 정수) 이라 하면} \\ \alpha + (\alpha + 1) &= 2\alpha + 1 = -p, \\ \alpha &= \frac{-p-1}{2} \dots \textcircled{1} \\ \alpha(\alpha + 1) &= q \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{ 을 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하여} \\ \text{정리하면 } p^2 - 4q &= 1 \dots \textcircled{3} \\ \textcircled{3} \text{ 으로부터 } q \text{ 는 짝수가 됨을 알 수 있고 } q \text{ 는 소} \\ \text{수이므로 } q &= 2 \\ q = 2 \text{ 를 } \textcircled{3} \text{ 에 대입하면 자연수 } p &= 3 \\ \therefore p = 3, q &= 2\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $m^2x^2 - n^2x = 1$ 이 서로 다른 두 정수를 근으로 가질 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$m^2x^2 - n^2x - 1 = 0$ 에서

서로 다른 두 정수근을 $\alpha, \beta (\alpha \neq \beta)$ 라 하면

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2}, \alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$$

이때, α, β 가 정수이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{m^2}$ 도 정수이다.

$\therefore m = 1$ 또는 $m = -1$

따라서 $\alpha\beta = -1$ 에서 $\alpha = 1, \beta = -1$ 또는

$$\alpha = -1, \beta = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{n^2}{m^2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{n^2}{m^2} = 0 \quad \therefore n = 0$$