

단원 종합 평가

1. $(x+A)^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{36}$ 에서 A, B 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{6}$ ② $A = \frac{1}{6}, B = \frac{1}{3}$
 ③ $A = \pm \frac{1}{6}, B = \pm \frac{1}{3}$ ④ $A = -\frac{1}{6}, B = -\frac{1}{3}$
 ⑤ $A = \frac{1}{6}, B = 3$

해설

$$(x+A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{36}$$

$$A^2 = \frac{1}{36} \text{ 이므로 } A = \pm \frac{1}{6}$$

$$B = 2A = 2 \times \left(\pm \frac{1}{6}\right) = \pm \frac{1}{3}$$

2. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 3, 중하]

- ① $9+4\sqrt{5}$ ② $5+4\sqrt{5}$ ③ $9-4\sqrt{5}$
 ④ $5-4\sqrt{5}$ ⑤ $4+5\sqrt{5}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{5-4} = 5+4-4\sqrt{5} = 9-4\sqrt{5}$$

3. $x^2 - 2x + 4$ 가 어떤 정수의 제곱이 되게 하는 정수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

▶ 정답 : 2

해설

$$x^2 - 2x + 4 = a^2 \text{ 이라 하면 } x^2 - 2x + 1 + 3 = a^2$$

$$(x-1)^2 + 3 = a^2$$

$$a^2 - (x-1)^2 = 3$$

$$(a+x-1)(a-x+1) = 3$$

(i) $a+x-1 = \pm 1$ 일 때,
 $a-x+1 = \pm 3$
 (ii) $a+x-1 = \pm 3$ 일 때,
 $a-x+1 = \pm 1$
 (i), (ii) 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$

4. $a^2 - 4b^2$ 을 인수분해하면? [배점 3, 중하]

- ① $(a-2b)^2$ ② $(a+2b)(a-2b)$
 ③ $(a+b)(a-4b)$ ④ $(a+2)(b-2)$
 ⑤ $(a+2b)^2$

해설

$$a^2 - 4b^2 = a^2 - (2b)^2$$

$$= (a+2b)(a-2b)$$

5. $x+y=3, xy=-4$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$x^2+y^2-xy = (x+y)^2 - 2xy - xy = (x+y)^2 - 3xy$$

$$= 3^2 - 3(-4) = 9 + 12 = 21$$

6. $4(x+a)^2 + (5x+b)(x-3)$ 을 간단히 하면 x 의 계수가 -1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

준식을 전개하여 정리하면

$$9x^2 + (8a + b - 15)x + 4a^2 - 3b$$

x 의 계수가 -1 이므로 $8a + b = 14$

이 식을 만족하는 자연수 $a = 1, b = 6$

$\therefore$ 상수항을 $4a^2 - 3b = 4 - 18 = -14$

7. $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ 일 때, $\frac{x^2+y^2-xy}{x-y}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $-\frac{13}{6}\sqrt{3}$
④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

먼저 x, y 의 분모를 유리화하면

$$x = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

$$y = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$$

$$x-y = (2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}, xy = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3 = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{(x-y)^2 + xy}{x-y} = \frac{(-2\sqrt{3})^2 + 1}{-2\sqrt{3}} =$$

$$\frac{13}{-2\sqrt{3}} = -\frac{13\sqrt{3}}{6}$$

8. 직사각형 ABCD 의 가로와 세로의 길이가 각각 x cm, y cm 이고, 넓이는 45 cm^2 일 때, 이 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 3 cm 씩 늘리면 넓이는 96 cm^2 가 된다. 직사각형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 cm

해설

$$(\square ABCD \text{ 의 넓이}) xy = 45,$$

$$(x+3)(y+3) = 96, xy + 3(x+y) + 9 = 96$$

$$3(x+y) = 96 - xy - 9$$

$$3(x+y) = 42$$

$$x+y = 14$$

$$\therefore (\text{둘레의 길이}) = 2(x+y) = 28(\text{cm})$$

9. $(x+2y)^2 - (2x-y)^2 - (x+2y)(2x-3y)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 a , xy 의 계수를 b , y^2 의 계수를 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

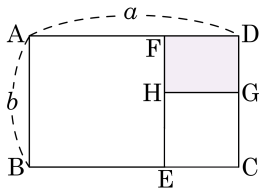
해설

$$(\text{준식}) = x^2 + 4xy + 4y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2) -$$

$$(2x^2 + xy - 6y^2) = -5x^2 + 7xy + 9y^2$$

$$a = -5, b = 7, c = 9 \therefore a+b+c = 11$$

10. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 이다.
 $\square ABEF$, $\square HECG$ 가 각각 정사각형일 때, $\square FHGD$ 의 넓이를 a, b 로 바르게 나타낸 것은? (단, $a > b$)



[배점 5, 중상]

- ① $a^2 + 3ab - 2b^2$ ② $a^2 - 2b^2$
 ③ $-a^2 + 3ab + 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2b^2$

해설

$$\begin{aligned}\overline{HG} &= a - b, \overline{FH} = b - (a - b) = 2b - a \\ (\square FHGD \text{의 넓이}) &= (a - b)(2b - a) = 2ab - a^2 - 2b^2 + ab = -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

11. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 이고,
 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① -6 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}\frac{g(x)}{f(x)} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} = \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} = \frac{3x - 4}{2} \\ \frac{3x - 4}{2} &= \frac{3}{2}x - 2 \\ \frac{3}{2}x - 2 &= ax + b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}, b = -2 \\ \therefore 2ab &= 2 \times \frac{3}{2} \times (-2) = -6\end{aligned}$$

12. 현주는 선생님께서 칠판에 적어주신 이차식을 잘못하여 x 의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다. 지하는 현주의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하여 인수 분해를 하였더니 $(x - 2)(x - 3)$ 가 나왔다. 처음 선생님께서 적어주신 이차식을 바르게 인수 분해하면? [배점 5, 중상]

- ① $(x + 1)(x + 2)$ ② $(x + 1)(x + 3)$
 ③ $(x + 1)(x + 4)$ ④ $(x + 1)(x + 5)$
 ⑤ $(x + 1)(x + 6)$

해설

$$x^2 - 5x + 6 \rightarrow x^2 + 5x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 5 \rightarrow (x + 1)(x + 5)$$

13. 다음 식을 간단히 하여라.
 $(2a - b)^2 - (2a + b)^2$ [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-8ab$

▶ 정답: $-8ba$

해설

$$\begin{aligned}(2a - b)^2 - (2a + b)^2 &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab\end{aligned}$$

14. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

[배점 5, 중상]

- ① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$
 ④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} = \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} = \sqrt{(x+y)^2} \end{aligned}$$

이므로
 (준식) $= |xy| + |x-y| - |x+y|$
 $= -xy + x - y + x + y$
 $= 2x - xy$

15. $\left(\frac{1}{2}x + 3y\right)\left(4x - \frac{1}{2}y\right)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{47}{4}$

해설

주어진 식에서 xy 항은
 $\frac{1}{2}x \times \left(-\frac{1}{2}y\right) + 3y \times 4x = \frac{47}{4}xy$
 $\therefore xy$ 의 계수는 $\frac{47}{4}$

16. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, $x^3 + 4x^2 + 8x + 7$ 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

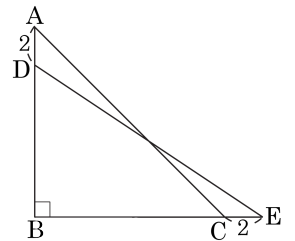
- ① $-11 + 9\sqrt{5}$ ② $-7 + 9\sqrt{5}$
 ③ $7 + 9\sqrt{5}$ ④ $11 + 9\sqrt{5}$
 ⑤ $11 - 9\sqrt{5}$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $\sqrt{5}$ 의 소수부분 $x = \sqrt{5} - 2$
 $(x+2)^2 = (\sqrt{5})^2$
 $x^2 + 4x + 4 = 5$
 $(x^2 + 4x + 4) + 4 = 5 + 4$
 $\therefore x^2 + 4x + 8 = 9$
 $\therefore$ (준식) $= x(x^2 + 4x + 8) + 7 = 9(\sqrt{5} - 2) + 7$
 $= 9\sqrt{5} - 11$

17. 다음

그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 가 직각이고 $\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AB}$ 는 2만큼 줄이고, $\overline{BC}$ 는 2만큼 늘여 $\triangle DBE$ 를 만들었을 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 의 넓이의 차를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $a \times a \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a^2$
 $\triangle DBE$ 의 넓이는 $(a-2) \times (a+2) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(a^2 - 4)$
 두 삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 의 넓이의 차는
 $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a^2 - 4) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^2 + 2 = 2$

18. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2) - 40$$

[배점 5, 상하]

- ① $(x+3)^2(x^2+4)$
- ② $(x-3)^2(x^2+4)$
- ③ $(x+3)(x-3)(x^2+4)$
- ④ $(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$
- ⑤ $(x+2)(x-2)(x^2+3)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2-4)(x^2-1) - 40 \\ &= x^4 - 5x^2 - 36 \\ &= (x^2-9)(x^2+4) = (x+3)(x-3)(x^2+4) \end{aligned}$$

19. $(x^2 - x + 1)^{10} =$

$a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 라 할 때,

$a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{18} + a_{20}$ 의 값을 구하면?

[배점 6, 상중]

- ① $\frac{1}{2}(3^{10} + 1)$
- ② $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$
- ③ $(3^{10} + 1)$
- ④ $\frac{1}{2}(-3^{10} + 1)$
- ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = (x^2 - x + 1)^{10} \text{ 에서 } f(1) = 1 \\ & f(x) = (x^2 - x + 1)^{10} \text{ 에서 } f(-1) = 3^{10} \\ & a_0 + a_2 + \dots + a_{18} + a_{20} = x \\ & a_1 + a_3 + \dots + a_{17} + a_{19} = y \\ & x + y = 1, x - y = 3^{10} \\ & \therefore x = \frac{1}{2}(3^{10} + 1) \end{aligned}$$

20. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

[배점 6, 상중]

- ① 연속한 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합과 같다.
- ② 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 8의 배수이다.
- ③ 연속한 두 짝수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3배와 같다.
- ④ 차가 3인 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3배와 같다.
- ⑤ 연속한 세 자연수에서 가운데 수의 제곱은 나머지 두 수의 곱에 1을 더한 수와 같다.

해설

- ① $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$
- ② $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$
- ③ $(2n+2)^2 - (2n)^2 = 2(4n+2)$
- ④ $(n+3)^2 - n^2 = 3(2n+3)$
- ⑤ $n^2 = (n-1)(n+1) + 1$