

단원 종합 평가

1. $(x+A)(x+4) = x^2 + Bx - 8$ 일 때, $A+B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} x^2 + (A+4)x + 4A &= x^2 + Bx - 8 \text{ 이므로} \\ 4A &= -8, A = -2 \\ A+4 &= B, B = 2 \\ \therefore A+B &= 0 \end{aligned}$$

2. $x^2+ax-12 = (x+b)(x+4)$, $x^2-5x-c = (x+3)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 는? (a, b, c, d 는 상수) [배점 3, 중하]

- ① -12 ② 14 ③ 20
④ -28 ⑤ -34

해설

$$\begin{aligned} x^2 + ax - 12 &= (x+b)(x+4) = x^2 + (b+4)x + 4b \\ a &= b+4, -12 = 4b \\ \therefore b &= -3, a = -3+4 = 1 \\ x^2 - 5x - c &= (x+3)(x+d) = x^2 + (d+3)x + 3d \\ -5 &= d+3, c = -3d \\ \therefore d &= -8, c = -3 \times (-8) = 24 \\ \therefore a+b+c+d &= 1-3+24-8 = 14 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + ax - 12 &= (x+b)(x+4) \text{ 에서 상수항을 비교하면} \\ -12 &= 4b \therefore b = -3 \\ b = -3 \text{ 을 식에 대입하면} \\ x^2 + ax - 12 &= (x-3)(x+4) = x^2 + x - 12 \\ \therefore a &= 1 \\ x^2 - 5x - c &= (x+3)(x+d) \text{ 에서 } x \text{ 의 계수를 비교하면} \\ -5 &= 3+d \therefore d = -8 \\ d = -8 \text{ 을 식에 대입하면} \\ x^2 - 5x - c &= (x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 \\ \therefore c &= 24 \end{aligned}$$

3. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2} - 4$ 일 때, $3x^2 - 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $35 - 14\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4xy + y^2 &= (3x-y)(x-y) \\ &= \{3(1+\sqrt{2}) - (3\sqrt{2}-4)\} \\ &\quad \times \{(1+\sqrt{2}) - (3\sqrt{2}-4)\} \\ &= (3+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4)(1+\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4) \\ &= 7(5-2\sqrt{2}) \\ &= 35 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 중 다항식 $(3x+2)(4x-1) - (x-1)(x+6)$ 을
바르게 전개한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $11x^2 + 4$ ② $8x^2 + 3x - 6$
③ $11x^2 + 3x - 8$ ④ $8x^2 - 11$
⑤ $11x^2 + 6$

해설

$$\begin{aligned} (3x+2)(4x-1) - (x-1)(x+6) &= (12x^2 + 5x - 2) - (x^2 + 5x - 6) \\ &= 12x^2 + 5x - 2 - x^2 - 5x + 6 = 11x^2 + 4 \end{aligned}$$

5. $x-1$ 이 $3x^2 - ax - 4$ 의 인수일 때, a 의 값을
구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} \text{또 다른 인수를 } (Ax+B) \text{ 라 하면} \\ (x-1)(Ax+B) &= Ax^2 - Ax + Bx - B \\ &= 3x^2 - ax - 4 \\ A=3, B=4, a &= -1 \end{aligned}$$

6. $a = \sqrt{3} - 1, b = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $\frac{2a}{b} - \frac{2b}{a}$ 을
계산하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} ab &= (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 3-1=2 \\ a+b &= (\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3} \\ a-b &= (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1) = -2 \\ \therefore \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} &= \frac{2a^2 - 2b^2}{ab} = \frac{2(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{2(2\sqrt{3})(-2)}{2} = -4\sqrt{3} \end{aligned}$$

7. $(a-b-2c)(a-b+5c) - 30c^2$ 을 인수분해하면?
[배점 4, 중중]

- ① $(a-b+3c)(a-b-7c)$
② $(a-b+4c)(a-b+5c)$
③ $(a-b-5c)(a-b+8c)$
④ $(a-b+5c)(a-b-8c)$
⑤ $(a-b-2c)(a-b+4c)$

해설

$$\begin{aligned} a-b &= t \text{로 놓으면,} \\ (a-b-2c)(a-b+5c) - 30c^2 &= (t-2c)(t+5c) - 30c^2 \\ &= t^2 + 3ct - 40c^2 \\ &= (t-5c)(t+8c) \\ &= (a-b-5c)(a-b+8c) \end{aligned}$$

8. $1+\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때,
 $(2+\sqrt{x})^2 - \frac{2}{y}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4+2\sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} = 2. \times \times \text{이므로 } x = 2, y = \sqrt{2} - 1$$

$$(\text{준식}) = (2 + \sqrt{2})^2 - \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= 4 + 4\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} - 2$$

$$= 4 + 2\sqrt{2}$$

9. $(1001 - a)^2 = b$ 일 때, $(901 - a)(1101 - a)$ 를 b 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① b ② $b - 10$ ③ $b - 100$
 ④ $b - 1000$ ⑤ $b - 10000$

해설

$$(1001 - a)^2 = 1001^2 - 2002a + a^2 = b$$

$$(901 - a)(1101 - a) = 901 \times 1101 - 2002a + a^2$$

$$= (1001 - 100)(1001 + 100) - 2002a + a^2$$

$$= 1001^2 - 100^2 - 2002a + a^2$$

$$= (1001^2 - 2002a + a^2) - 100^2 = b - 10000$$

10. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } x \text{ 로 나누어 주면,}$$

$$x - 3 - \frac{1}{x} = 0 \text{ 이므로 } x - \frac{1}{x} = 3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

11. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\boxed{\text{㉠}}x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$$

$$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉤
 ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$$\text{㉠ } 4 \quad \text{㉡ } 81 \quad \text{㉢ } 9 \quad \text{㉣ } -15 \quad \text{㉤ } -3$$

12. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때, $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$(\text{준식}) = \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b}$$

$$= \frac{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)}{a - b}$$

$$= \frac{(a + b)(a + b)^2}{a - b}$$

$$= (a + b)^2$$

$$= 18$$

13. $0 < y < 1$, $x = \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right)$ 일 때, $x - \sqrt{x^2 - 1}$ 을 y 에 대하여 간단히 하면? [배점 5, 상하]

- ① y ② $-y$ ③ $2y$
 ④ $-\frac{2}{y}$ ⑤ $\frac{2}{y}$

해설

근호 안의 식

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= \left\{ \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right) \right\}^2 - 1 \\ &= \frac{1}{4} \left(y^2 + 2 + \frac{1}{y^2} \right) - 1 \\ &= \frac{1}{4} \left(y^2 - 2 + \frac{1}{y^2} \right) \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right) \right\}^2 \end{aligned}$$

$$0 < y < 1 \text{ 이므로 } y < \frac{1}{y}, y - \frac{1}{y} < 0$$

$$\begin{aligned} x - \sqrt{x^2 - 1} &= \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right) - \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right) \right\}^2} \\ &= \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right) - \left\{ -\frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right) + \frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(y + \frac{1}{y} \right) + \left(y - \frac{1}{y} \right) \right\} \\ \therefore &= \frac{1}{2} \times 2y = y \end{aligned}$$

14. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \\ &2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) \text{에서 } \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 0 \\ \text{양변에 } abc \text{를 곱하면, } &a + b + c = 0 \end{aligned}$$

15. $10^4 - 1$ 의 약수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12개

해설

$$\begin{aligned} 10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\ &= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\ &= 101 \times 11 \times 3^2 \end{aligned}$$

이므로 약수의 개수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$ 개

16. $2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5)$ 를 간단히 할 때, x^2 의 계수는? [배점 5, 상하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} &2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5) \\ &= 2(6x^2 + 5x - 6) - (4x^2 - 25) \\ &= 8x^2 + 10x + 13 \end{aligned}$$

17. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① -15 ② -6 ③ 3
 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \text{로 놓으면} \\ 2b &= 4, b = 2 \\ 2c + 3b &= -4, c = -5 \\ -a &= 3c = -15, a = 15 \end{aligned}$$

18. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ n 이 1 보다 큰 자연수일 때, $n^3 - n$ 은 6 의 배수이다.
- ㉡ 연속한 두 자연수 n 과 $n+1$ 의 제곱의 차는 두 자연수 n 과 $n+1$ 의 합과 같다.
- ㉢ 연속한 세 자연수의 제곱의 합은 3 의 배수이다.

[배점 6, 상중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n-1) \cdot n \cdot (n+1)$
 $n-1, n, n+1$ 은 연속한 세 자연수이므로 이
 중에는 반드시 2 의 배수와 3 의 배수가 들어 있다.
 $n^3 - n = n(n+1)(n-1)$ 은 2 와 3 의 공배수
 따라서, 6 의 배수이다. (참)

㉡ 연속한 두 자연수 n 과 $n+1$ 의 제곱의 차
 $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$
 $\therefore 2n + 1 = n + (n+1)$ (참)

㉢ 연속한 세 자연수를 $n-1, n, n+1$ 이라 할
 때, 세 자연수의 제곱의 합은
 $(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2$
 $= (n^2 - 2n + 1) + n^2 + (n^2 + 2n + 1)$
 $= 3n^2 + 2$ 3 으로 나눈 나머지가 2 가 된다.
 $\therefore$ 3 의 배수가 아니다. (거짓)

19. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab$,
 $B = b + c + bc$, $C = c + a + ca$ 이고,
 $A + B + C = 33$, $A - B + C = -1$, $A + B - C = 11$
 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \dots \textcircled{1} \\ A - B + C = -1 & \dots \textcircled{2} \\ A + B - C = 11 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $2B = 34$
 $\textcircled{1} - \textcircled{3}$ 에서 $2C = 22$
 $\textcircled{2} + \textcircled{3}$ 에서 $2A = 10$
 $\therefore A = 5, B = 17, C = 11$ 이므로
 $5 = a + b + ab$ 에서 $(a+1)(b+1) = 6$
 $17 = b + c + bc$ 에서 $(b+1)(c+1) = 18$
 $11 = c + a + ca$ 에서 $(c+1)(a+1) = 12$
 세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1) = 36$
 $c+1 = 6, c = 5$
 $a+1 = 2, a = 1$
 $b+1 = 3, b = 2$
 $\therefore a + b + c = 8$

20. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① 연속한 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의
합과 같다.
- ② 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 8 의 배수이다.
- ③ 연속한 두 짝수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의
3 배와 같다.
- ④ 차가 3 인 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의
합의 3 배와 같다.
- ⑤ 연속한 세 자연수에서 가운데 수의 제곱은
나머지 두 수의 곱에 1 을 더한 수와 같다.

해설

① $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$

② $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$

③ $(2n+2)^2 - (2n)^2 = 2(4n+2)$

④ $(n+3)^2 - n^2 = 3(2n+3)$

⑤ $n^2 = (n-1)(n+1) + 1$