

# 단원 종합 평가

1.  $(x + A)(x + 4) = x^2 + Bx - 8$  일 때,  $A + B$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} x^2 + (A + 4)x + 4A &= x^2 + Bx - 8 \text{ 이므로} \\ 4A &= -8, A = -2 \\ A + 4 &= B, B = 2 \\ \therefore A + B &= 0 \end{aligned}$$

2.  $x^2 + ax - 12 = (x + b)(x + 4)$ ,  $x^2 - 5x - c = (x + 3)(x + d)$  일 때,  $a + b + c + d$  는? ( $a, b, c, d$  는 상수) [배점 3, 중하]

① -12

② 14

③ 20

④ -28

⑤ -34

해설

$$\begin{aligned} x^2 + ax - 12 &= (x + b)(x + 4) = x^2 + (b + 4)x + 4b \\ a &= b + 4, -12 = 4b \\ \therefore b &= -3, a = -3 + 4 = 1 \\ x^2 - 5x - c &= (x + 3)(x + d) = x^2 + (d + 3)x + 3d \\ -5 &= d + 3, c = -3d \\ \therefore d &= -8, c = -3 \times (-8) = 24 \\ \therefore a + b + c + d &= 1 - 3 + 24 - 8 = 14 \end{aligned}$$

해설

$x^2 + ax - 12 = (x + b)(x + 4)$  에서 상수항을 비교하면

$$-12 = 4b \quad \therefore b = -3$$

$b = -3$  을 식에 대입하면

$$x^2 + ax - 12 = (x - 3)(x + 4) = x^2 + x - 12$$

$$\therefore a = 1$$

$x^2 - 5x - c = (x + 3)(x + d)$  에서  $x$  의 계수를 비교하면

$$-5 = 3 + d \quad \therefore d = -8$$

$d = -8$  을 식에 대입하면

$$x^2 - 5x - c = (x + 3)(x - 8) = x^2 - 5x - 24$$

$$\therefore c = 24$$

3.  $x = 1 + \sqrt{2}$ ,  $y = 3\sqrt{2} - 4$  일 때,  $3x^2 - 4xy + y^2$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답:  $35 - 14\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4xy + y^2 &= (3x - y)(x - y) \\ &= \{3(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &\quad \times \{(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &= (3 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4)(1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4) \\ &= 7(5 - 2\sqrt{2}) \\ &= 35 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 중 다항식  $(3x+2)(4x-1) - (x-1)(x+6)$  을  
바르게 전개한 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $11x^2 + 4$                       ②  $8x^2 + 3x - 6$   
 ③  $11x^2 + 3x - 8$                 ④  $8x^2 - 11$   
 ⑤  $11x^2 + 6$

해설

$$\begin{aligned} (3x+2)(4x-1) - (x-1)(x+6) &= (12x^2 + 5x - 2) - (x^2 + 5x - 6) \\ &= 12x^2 + 5x - 2 - x^2 - 5x + 6 = 11x^2 + 4 \end{aligned}$$

5.  $x-1$  이  $3x^2 - ax - 4$  의 인수일 때,  $a$  의 값을  
구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

해설

또 다른 인수를  $(Ax+B)$  라 하면

$$\begin{aligned} (x-1)(Ax+B) &= Ax^2 - Ax + Bx - B \\ &= 3x^2 - ax - 4 \\ A &= 3, B = 4, a = -1 \end{aligned}$$

6.  $a = \sqrt{3} - 1, b = \sqrt{3} + 1$  일 때,  $\frac{2a}{b} - \frac{2b}{a}$  을  
계산하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답:  $-4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} ab &= (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 3 - 1 = 2 \\ a+b &= (\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3} \\ a-b &= (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1) = -2 \\ \therefore \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} &= \frac{2a^2 - 2b^2}{ab} = \frac{2(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{2(2\sqrt{3})(-2)}{2} = -4\sqrt{3} \end{aligned}$$

7.  $(a-b-2c)(a-b+5c) - 30c^2$  을 인수분해하면?  
[배점 4, 중중]

- ①  $(a-b+3c)(a-b-7c)$   
 ②  $(a-b+4c)(a-b+5c)$   
 ③  $(a-b-5c)(a-b+8c)$   
 ④  $(a-b+5c)(a-b-8c)$   
 ⑤  $(a-b-2c)(a-b+4c)$

해설

$a-b = t$  로 놓으면,

$$\begin{aligned} (a-b-2c)(a-b+5c) - 30c^2 &= (t-2c)(t+5c) - 30c^2 \\ &= t^2 + 3ct - 40c^2 \\ &= (t-5c)(t+8c) \\ &= (a-b-5c)(a-b+8c) \end{aligned}$$

8.  $1 + \sqrt{2}$  의 정수 부분을  $x$ , 소수 부분을  $y$  라고 할 때,  
 $(2 + \sqrt{x})^2 - \frac{2}{y}$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답:  $4 + 2\sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} = 2. \times \times \text{이므로 } x = 2, y = \sqrt{2} - 1$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= (2 + \sqrt{2})^2 - \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} \\ &= 4 + 4\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} - 2 \\ &= 4 + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

9.  $(1001 - a)^2 = b$  일 때,  $(901 - a)(1101 - a)$  를  $b$  에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ①  $b$                       ②  $b - 10$                       ③  $b - 100$   
 ④  $b - 1000$                       ⑤  $b - 10000$

해설

$$\begin{aligned} (1001 - a)^2 &= 1001^2 - 2002a + a^2 = b \\ (901 - a)(1101 - a) &= 901 \times 1101 - 2002a + a^2 \\ &= (1001 - 100)(1001 + 100) - 2002a + a^2 \\ &= 1001^2 - 100^2 - 2002a + a^2 \\ &= (1001^2 - 2002a + a^2) - 100^2 = b - 10000 \end{aligned}$$

10.  $x^2 - 3x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } x \text{ 로 나누어 주면,} \\ x - 3 - \frac{1}{x} = 0 \text{ 이므로 } x - \frac{1}{x} = 3 \text{ 이다.} \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11 \end{aligned}$$

11. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} \square x^2 + 36x + \square &= (2x + \square)^2 \\ 6x^2 + x + \square &= (3x + 5)(2x + \square) \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡                      ② ㉠, ㉢, ㉣                      ③ ㉠, ㉣  
 ④ ㉢, ㉣                      ⑤ ㉡, ㉣

해설

$$\text{㉠ } 4 \quad \text{㉢ } 81 \quad \text{㉣ } 9 \quad \text{㉡ } -15 \quad \text{㉣ } -3$$

12.  $\sqrt{18}$  의 소수 부분을  $a$ ,  $2\sqrt{5}$  의 정수 부분을  $b$  라 할 때,  $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$  의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 13                      ② 15                      ③ 18                      ④ 20                      ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} 4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a &= \sqrt{18} - 4 \\ 4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b &= 4 \\ a + b &= \sqrt{18} \\ \text{(준식)} &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\ &= \frac{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)}{a - b} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2}{a - b} \\ &= (a + b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

13.  $0 < y < 1, x = \frac{1}{2} \left( y + \frac{1}{y} \right)$  일 때,  $x - \sqrt{x^2 - 1}$  을  $y$  에 대하여 간단히 하면? [배점 5, 상하]

- ①  $y$                       ②  $-y$                       ③  $2y$   
 ④  $-\frac{2}{y}$                     ⑤  $\frac{2}{y}$

**해설**

근호 안의 식

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= \left\{ \frac{1}{2} \left( y + \frac{1}{y} \right) \right\}^2 - 1 \\ &= \frac{1}{4} \left( y^2 + 2 + \frac{1}{y^2} \right) - 1 \\ &= \frac{1}{4} \left( y^2 - 2 + \frac{1}{y^2} \right) \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \left( y - \frac{1}{y} \right) \right\}^2 \end{aligned}$$

$0 < y < 1$  이므로  $y < \frac{1}{y}, y - \frac{1}{y} < 0$

$$\begin{aligned} x - \sqrt{x^2 - 1} &= \frac{1}{2} \left( y + \frac{1}{y} \right) - \sqrt{\left\{ \frac{1}{2} \left( y - \frac{1}{y} \right) \right\}^2} \\ &= \frac{1}{2} \left( y + \frac{1}{y} \right) - \left\{ -\frac{1}{2} \left( y - \frac{1}{y} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left( y + \frac{1}{y} \right) + \frac{1}{2} \left( y - \frac{1}{y} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left( y + \frac{1}{y} \right) + \left( y - \frac{1}{y} \right) \right\} \\ \therefore &= \frac{1}{2} \times 2y = y \end{aligned}$$

14.  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2$  이 성립할 때,  $a + b + c$  의 값은? [배점 5, 상하]

- ①  $-2$     ②  $-1$     ③  $0$     ④  $1$     ⑤  $2$

**해설**

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \\ &2 \left( \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) \text{에서 } \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = 0 \\ \text{양변에 } abc \text{ 를 곱하면, } &a + b + c = 0 \end{aligned}$$

15.  $10^4 - 1$  의 약수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 12 개

**해설**

$$\begin{aligned} 10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\ &= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\ &= 101 \times 11 \times 3^2 \end{aligned}$$

이므로 약수의 개수는  $2 \times 2 \times 3 = 12$  개

16.  $2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5)$  를 간단히 할 때,  $x^2$  의 계수는? [배점 5, 상하]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

**해설**

$$\begin{aligned} &2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5) \\ &= 2(6x^2 + 5x - 6) - (4x^2 - 25) \\ &= 8x^2 + 10x + 13 \end{aligned}$$

17.  $4x^2 - 4x - a$  가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가  $2x + 3$  일 때,  $a$  의 값은?

[배점 5, 상하]

- ①  $-15$                       ②  $-6$                       ③ 3  
 ④ 6                              ⑤ 15

해설

$$4x^2 - 4x - a = (2x + 3)(bx + c) \text{로 놓으면}$$

$$2b = 4, b = 2$$

$$2c + 3b = -4, c = -5$$

$$-a = 3c = -15, a = 15$$

18. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $n$  이 1 보다 큰 자연수일 때,  $n^3 - n$  은 6 의 배수이다.
- ㉡ 연속한 두 자연수  $n$  과  $n+1$  의 제곱의 차는 두 자연수  $n$  과  $n+1$  의 합과 같다.
- ㉢ 연속한 세 자연수의 제곱의 합은 3 의 배수이다.

[배점 6, 상중]

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢                ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠  $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1)$   
 $n - 1, n, n + 1$  은 연속한 세 자연수이므로 이 중에는 반드시 2 의 배수와 3 의 배수가 들어 있다.  
 $n^3 - n = n(n + 1)(n - 1)$  은 2 와 3 의 공배수 따라서, 6 의 배수이다. (참)

㉡ 연속한 두 자연수  $n$  과  $n + 1$  의 제곱의 차  
 $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$   
 $\therefore 2n + 1 = n + (n + 1)$  (참)

㉢ 연속한 세 자연수를  $n - 1, n, n + 1$  이라 할 때, 세 자연수의 제곱의 합은  
 $(n - 1)^2 + n^2 + (n + 1)^2$   
 $= (n^2 - 2n + 1) + n^2 + (n^2 + 2n + 1)$   
 $= 3n^2 + 2$  3 으로 나눈 나머지가 2 가 된다.  
 $\therefore 3$  의 배수가 아니다. (거짓)

19. 양수  $a, b, c$  에 대하여  $A = a + b + ab,$   
 $B = b + c + bc, C = c + a + ca$  이고,  
 $A + B + C = 33, A - B + C = -1, A + B - C = 11$   
 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \dots \text{㉠} \\ A - B + C = -1 & \dots \text{㉡} \\ A + B - C = 11 & \dots \text{㉢} \end{cases}$$

㉠ - ㉡ 에서  $2B = 34$   
 ㉠ - ㉢ 에서  $2C = 22$   
 ㉡ + ㉢ 에서  $2A = 10$   
 $\therefore A = 5, B = 17, C = 11$  이므로  
 $5 = a + b + ab$  에서  $(a + 1)(b + 1) = 6$   
 $17 = b + c + bc$  에서  $(b + 1)(c + 1) = 18$   
 $11 = c + a + ca$  에서  $(c + 1)(a + 1) = 12$   
 세 식을 모두 곱하면  
 $\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$   
 $\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$   
 $c + 1 = 6, c = 5$   
 $a + 1 = 2, a = 1$   
 $b + 1 = 3, b = 2$   
 $\therefore a + b + c = 8$

20. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① 연속한 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합과 같다.
- ② 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 8 의 배수이다.
- ③ 연속한 두 짝수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3 배와 같다.
- ④ 차가 3 인 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3 배와 같다.
- ⑤ 연속한 세 자연수에서 가운데 수의 제곱은 나머지 두 수의 곱에 1 을 더한 수와 같다.

해설

①  $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$

②  $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$

③  $(2n + 2)^2 - (2n)^2 = 2(4n + 2)$

④  $(n + 3)^2 - n^2 = 3(2n + 3)$

⑤  $n^2 = (n - 1)(n + 1) + 1$