약점 보강 1

1. $2^a = 8,\ 6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2,\ 2^2 = 2 \times 2 = 4,\ 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.

$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

2. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은? [배점 2, 하중]

① 5^3 ② 2×3 ③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$ ⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

3. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은? [배점 2, 하중]

① 12 ② 18 ③ 32 ④ 36 ⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore\ (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$(개)

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore\ (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$(개)

③ $32 = 2^5$

$\therefore\ (5 + 1) = 6$(개)

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore\ (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$(개)

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore\ (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$(개)

4. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 13 과 15 ② 19 와 21 ③ 16 와 27

④ 5 와 30 ⑤ 7 과 11

해설

④ 5 와 30 의 최대공약수는 5 이다.

5. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면
1 의 약수 : 1
3 의 약수 : 1, 3
6 의 약수 : 1, 2, 3, 6
27 의 약수 : 1, 3, 9, 27
29 의 약수 : 1, 29
따라서 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

6. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개) 이다.
따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4 개이다.

7. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는? [배점 2, 하중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1 = 4$ (개) 이다.
따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

8. 다음은 나예뻐가 넌멋져에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예뻐와 넌멋져가 만나는 시간이 나타난다. 나예뻐와 넌멋져가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 시

해설

2^4 의 약수는 1 , 2 , 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예뻐와 넌멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

9. 다음 중 100 의 약수는? [배점 2, 하중]

① 30 ② $5^2 \times 7^2$

③ 80 ④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

×	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

10. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$
$(a < b,\ a$와 b는 서로소$)$라 하면
$405 = 9 \times 9 \times a \times b$ $\therefore a \times b = 5$
$\therefore\ (a,\ b) = (1,\ 5)$
따라서 $A = 9,\ B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

11. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

12. 108, 135 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

① 2^2 ② 3^3 ③ 2^3

④ 3×5 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

13. 두 자연수의 최대공약수가 13, 최소공배수가 40 일 때, 두 수의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 520

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 13 \times 40$ 이다.

$\therefore\ A \times B = 520$

14. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 3, 하상]

① 8, 9 ② 24, 27 ③ 12, 51

④ 14, 35 ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

15. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 24

▷ 정답: 48

▷ 정답: 72

▷ 정답: 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

16. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

17. 집합 $A = \{x|x$는 100 이하의 18의 배수$\}$ 일 때, $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{18, 36, 54, 72, 90\}$ 이므로 $n(A) = 5$ 이다.

18. 다음 중 소수는? [배점 3, 하상]

① 33 ② 63 ③ 57

④ 77 ⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
따라서 소수는 101 이다.

19. 세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면? [배점 3, 하상]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로
A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.
따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

20. 두 자연수 $2^a \times 3^3$, $2 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수는 18 , 최소공배수가 270 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

최대공약수 $18 = 2 \times 3^2$,
최소공배수 $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
$a = 1$, $b = 2$, $c = 5$
$\therefore\ a+b+c = 8$

21. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은? [배점 3, 중하]

① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90$\cdots$ 이다.
100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.