

실력 확인 문제

1. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

2. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108	126
-----	-----

[배점 2, 하하]

① 2×3

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×3^2

⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$108 = 2^2 \times 3^3$ $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
 따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 2, 하하]

① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.

② 소수는 모두 홀수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.

③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.

④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.

⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

4. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하하]

① (14, 22)

② (21, 49)

③ (27, 72)

④ (15, 58)

⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) $\Rightarrow 2$

② (21, 49) $\Rightarrow 7$

③ (27, 72) $\Rightarrow 9$

④ (15, 58) $\Rightarrow 1$

⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

[배점 2, 하중]

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

▷ 정답 : 46

▷ 정답 : 92

▷ 정답 : 138

▷ 정답 : 184

해설

최소공배수가 46 일 때, a, b 의 공배수는 46 의 배수이다.
따라서 46, 92, 138, 184 이다.

6. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$ 약수의 개수 : $(a+1) \times (b+1) = c$ (개)

[배점 2, 하중]

- ① 1, 2, 3
- ② 1, 2, 6
- ③ 2, 4, 8
- ④ 2, 5, 8
- ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.

또한 50 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

7. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 2^{10}
- ② 2×3
- ③ $2^2 \times 3^3$
- ④ 3×5^2
- ⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $10 + 1 = 11$ (개)
- ② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
- ③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)
- ④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)
- ⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

8. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

[배점 2, 하중]

- ① 3, 18
- ② 11, 15
- ③ 33, 13
- ④ 11, 13
- ⑤ 11, 39

해설

$$\begin{array}{r} \textcircled{7} \\ 11 \overline{) 33 \quad 121} \\ \underline{3 \quad 11} \end{array}$$

따라서 ⑦의 최대공약수는 11 이다.

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \\ 13 \overline{) 39 \quad 65} \\ \underline{3 \quad 5} \end{array}$$

따라서 ⑧의 최대공약수는 13 이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

10. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 8개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

$$\begin{aligned} (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
- ② 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
- ③ 9 와 18 의 최대공약수는 9 이다.
- ④ 9 와 18 의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9 의 약수와 같다.
- ⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 2 개이다.

해설

⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 최대공약수 9 의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

12. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $a = 2$
- ▷ 정답: $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상
의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

13. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일
때, 두 수의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 358 ② 409 ③ 421
- ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L
이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

14. 다음 수 중 21 과 서로소인 수는?
[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 14 ③ 18 ④ 26 ⑤ 35

해설

$21 = 3 \times 7$
① 2×3
② 2×7
③ 2×3^2
④ 2×13
⑤ 5×7
21 과의 최대공약수가 1 인 수는 ④이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이
다. 따라서 ⑤이다.

16. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 12 , 최소공배수가
216 일 때, 차가 가장 작은 A, B 의 값을 각각
구하여라. (단, $A < B$) [배점 3, 하상]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $A = 24$
- ▷ 정답: $B = 108$

해설

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) A \quad B} \\ \underline{a \quad b} \end{array}$$

두 자연수 A, B 는 최대공약수가 12 , 최소공배수가 216 이므로

$$12 \times a \times b = 216$$

$a \times b = 18$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고,

$A < B$ 이므로

$$a = 1, b = 18 \text{ 또는 } a = 2, b = 9$$

(i) $a = 1, b = 18$ 일 때

$$B - A = 12 \times 18 - 12 \times 1 = 204$$

(ii) $a = 2, b = 9$ 일 때

$$B - A = 12 \times 9 - 12 \times 2 = 84$$

차가 가장 작은 A, B 의 값을 구해야 하므로

$$a = 2, b = 9$$

$$\therefore A = 12 \times 2 = 24$$

$$B = 12 \times 9 = 108$$

17. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

[배점 3, 중하]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
 따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

18. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	테	돈	이	다	심

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 그레도 지구는 돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2,3,5,7,11,13,17,19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그레도지구는돈다’ 이다.

19. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 :

$$2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :

$$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

20. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.

(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

[배점 3, 중하]

① $2 \times 3, 2^2 \times 5$

② $2, 2 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$

④ $2, 2 \times 5$

⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.

(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.

따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.