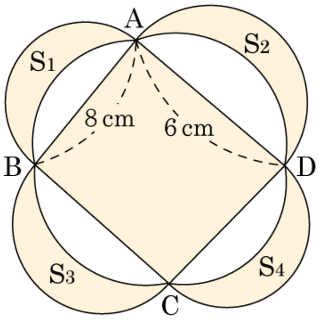
단원 형성 평가

1. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 하는 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

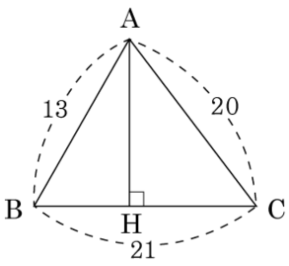
▶ 답 :

▷ 정답 : $48\,\mathrm{cm}^2$

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2는 $\triangle ABD$의 넓이와 같고, S_3+S_4 는 $\triangle BCD$의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
$8\times 6=48(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림에서 $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

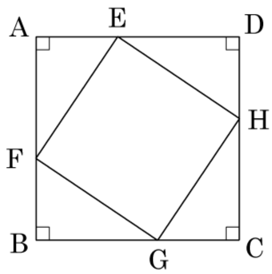
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{BH}=x$ 라고하면 $\overline{CH}=21-x$
$\overline{AH}=\sqrt{13^2-x^2}=\sqrt{20^2-(21-x)^2}$이므로
$169-x^2=400-(21-x)^2$, $169-x^2=400-441+42x-x^2$, $42x=210$, $x=5$
$\therefore \overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$

3. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=4\,\mathrm{cm}$이다. □ABCD 의 넓이가 $100\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



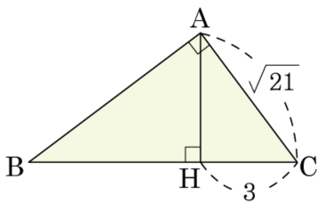
[배점 4, 중중]

① $8\,\mathrm{cm}$ ② $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ③ $9\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $10\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle AFE$ 에서 $\overline{AE}=4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AF}=6\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{EF}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A=90°$인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

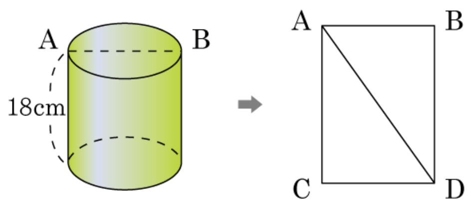
▶ 답 :

▷ 정답 : $7\sqrt{3}$

해설

$\triangle$ACH와 $\triangle$ABC는 $\angle$C를 공통각으로 가지고 있으며
한 개씩의 직각을 가지고 있다.
따라서 두 삼각형은 닮은 꼴이므로
$\overline{AC} : \overline{CH} = \overline{BC} : \overline{AC}$에서
$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로 $21 = 3 \times \overline{CB}$, 즉 $\overline{CB} = 7$
$\triangle$ABC 에서 피타고라스 정리를 적용하면 $49 = 21 + \overline{AB}^2$
$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 이므로 $\triangle$ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{21} = 7\sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같은 밑면의 넓이가 $36\pi\,\text{cm}^2$ 인 원통 모양의 치즈를 지름 $\overline{AB}$ 에서 똑바로 잘라내니 단면이 직사각형 모양이 되었다. 단면적의 대각선의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

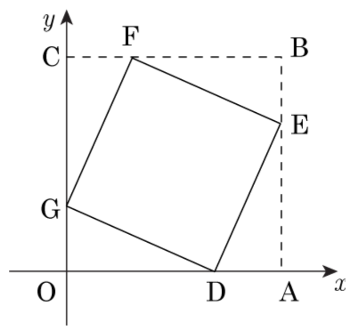
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{13}\,\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$ 이므로 반지름이 6cm 이다.
따라서 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$
높이가 18cm 이므로 $\triangle$ACD에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AD} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 6\sqrt{13}(\,\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



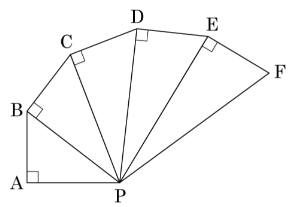
[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면
$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$
이를 피타고라스 정리에 대입하면
$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.
$D(\sqrt{2}, 0)$, $F(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3})$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.
그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PF}}$ 의 길이를 구하여라.
(단,$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}} = 1cm$)



[배점 5, 중상]

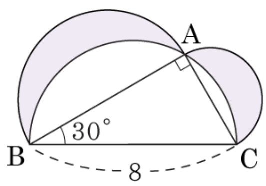
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle\mathrm{PAB},\ \triangle\mathrm{PBC},\ \triangle\mathrm{PCD},\ \triangle\mathrm{PDE},$
$\triangle\mathrm{PEF}$ 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스의 정리를 이용하면
$\overline{\mathrm{PB}} = \sqrt{2}(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{3}(\mathrm{cm}),$
$\overline{\mathrm{PD}} = 2(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PE}} = \sqrt{5}(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{PF}} = \sqrt{6}(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

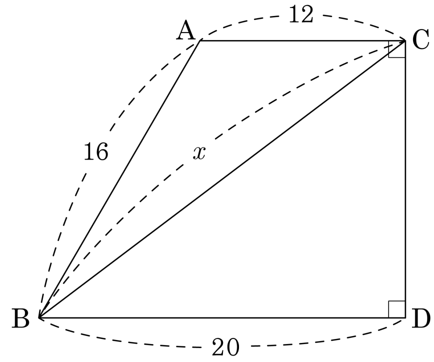
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이와 같다.
$\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{2} = 4,\ \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{3}$
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = 4 \times 4\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

9. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

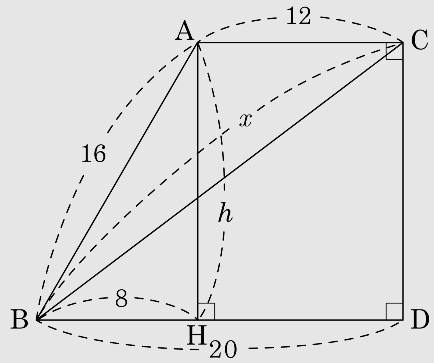


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

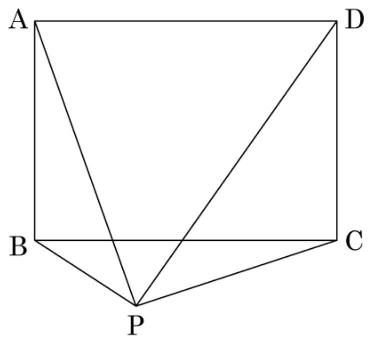
▷ 정답 : $4\sqrt{37}$

해설



$h = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192}$
$\therefore\ x = \sqrt{400 + 192} = \sqrt{592} = 4\sqrt{37}$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{\mathrm{PA}}^2=20$, $\overline{\mathrm{PB}}^2=5$, $\overline{\mathrm{PD}}^2=25$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

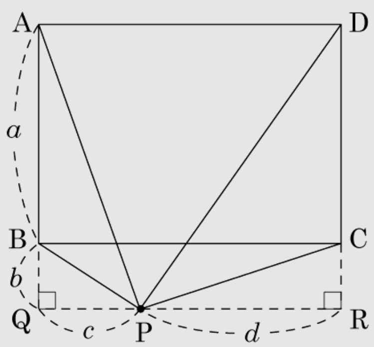
▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

다음 그림과 같이

$\triangle\mathrm{AQP}$, $\triangle\mathrm{BQP}$, $\triangle\mathrm{DRP}$, $\triangle\mathrm{CRP}$ 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,

$\overline{\mathrm{AB}}=a, \overline{\mathrm{BQ}}=b, \overline{\mathrm{PQ}}=c, \overline{\mathrm{PR}}=d$ 라 놓으면



$\triangle\mathrm{AQP}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP}}^2=(a+b)^2+c^2\cdots$ ㉠

$\triangle\mathrm{BQP}$ 에서 $\overline{\mathrm{BP}}^2=b^2+c^2\cdots$ ㉡

$\triangle\mathrm{DRP}$ 에서 $\overline{\mathrm{PD}}^2=(a+b)^2+d^2\cdots$ ㉢

$\triangle\mathrm{CRP}$ 에서 $\overline{\mathrm{PC}}^2=b^2+d^2\cdots$ ㉣

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서

$\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$ 이 성립함을 알 수 있다.

따라서,$20+\overline{\mathrm{PC}}^2=5+25$, $\overline{\mathrm{PC}}^2=10$

$\therefore \overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{10}\left(\because \overline{\mathrm{PC}}>0\right)$