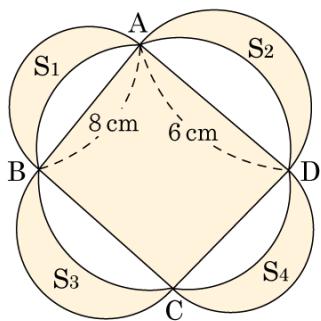


단원 형성 평가

1. 다음 그림은
직사각형 ABCD
의 각 변을 지름으로
하는 반원과 ABCD
의 대각선을 지름으로
원을 그린 것이다.
 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$
의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

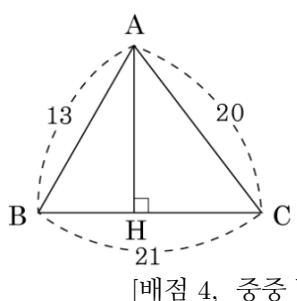
▶ 답:

▷ 정답: 48 cm^2

해설

직사각형 ABCD에 대각선 \overline{BD} 를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
 $S_1 + S_2$ 는 $\triangle ABD$ 의 넓이와 같고, $S_3 + S_4$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
 $8 \times 6 = 48(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림에서 \overline{AH} 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

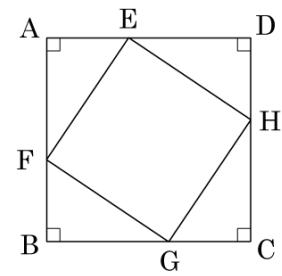
▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= x \text{ 라고하면 } \overline{CH} = 21 - x \\ \overline{AH} &= \sqrt{13^2 - x^2} = \sqrt{20^2 - (21 - x)^2} \text{ 이므로} \\ 169 - x^2 &= 400 - (21 - x)^2, 169 - x^2 = 400 - 441 + 42x - x^2, 42x = 210, x = 5 \\ \therefore \overline{AH} &= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4 \text{ cm}$ 이다. $\square ABCD$ 의 넓이가 100 cm^2 일 때, \overline{EF} 의 길이는?



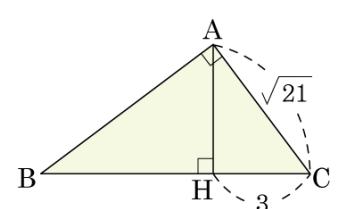
[배점 4, 중중]

- ① 8 cm ② $3\sqrt{6} \text{ cm}$ ③ 9 cm
④ $2\sqrt{13} \text{ cm}$ ⑤ 10 cm

해설

$$\begin{aligned}\triangle AFE \text{에서 } \overline{AE} &= 4 \text{ cm}, \overline{AF} = 6 \text{ cm} \text{ 이므로} \\ \overline{EF} &= \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ cm}\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $7\sqrt{3}$

해설

$\triangle ACH$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle C$ 를 공통각으로 가지고 있으며

한 개씩의 직각을 가지고 있다.

따라서 두 삼각형은 닮은꼴이므로

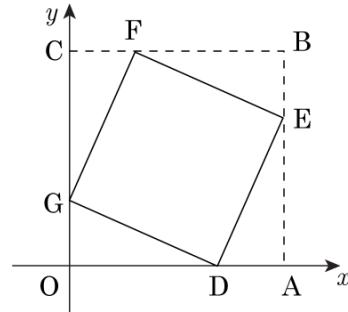
$$\overline{AC} : \overline{CH} = \overline{BC} : \overline{AC}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$$
 이므로 $21 = 3 \times \overline{CB}$, 즉 $\overline{CB} = 7$

$$\triangle ABC$$
에서 피타고라스 정리를 적용하면 $49 = 21 + \overline{AB}^2$

$$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$$
 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{21} = 7\sqrt{3}$

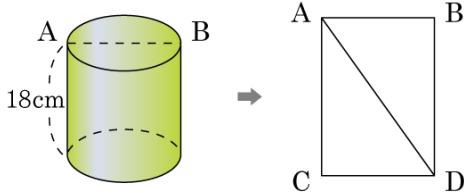
6. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 $DEFG$ 가 있고, \overline{OD} 의 길이는 \overline{AD} 의 길이보다 3배 길다고 할 때, 점 D와 점 F를 지나는 그래프의 y 절편은?



[배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

5. 다음 그림과 같은 밑면의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 인 원통 모양의 치즈를 지름 \overline{AB} 에서 똑바로 잘라내니 단면이 직사각형 모양이 되었다. 단면적의 대각선의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{13} \text{ cm}$

해설

밑면의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름이 6cm이다.

따라서 $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$

높이가 18cm이므로 $\triangle ACD$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AD} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 6\sqrt{13} (\text{cm})$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

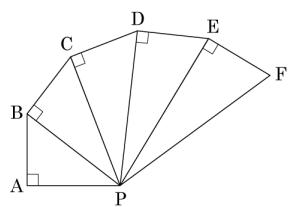
$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{이 되어 } a = \sqrt{2} \text{ 가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림에서 \overline{PF} 의 길이를 구하여라.

(단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\text{cm}$)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

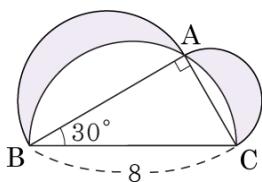
▷ 정답: $\sqrt{6}\text{ cm}$

해설

$\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDE$, $\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리를 이용하면
 $\overline{PB} = \sqrt{2}(\text{cm})$, $\overline{PC} = \sqrt{3}(\text{cm})$,
 $\overline{PD} = 2(\text{cm})$, $\overline{PE} = \sqrt{5}(\text{cm})$
 $\overline{PF} = \sqrt{6}(\text{cm})$

8. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$

인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{3}$

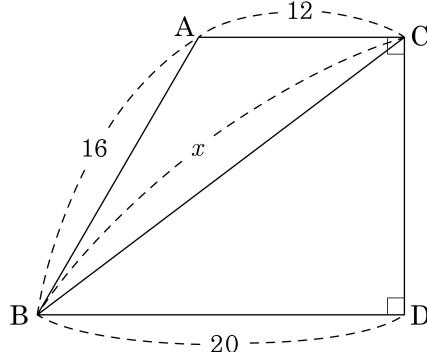
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4, \overline{AB} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$

9. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

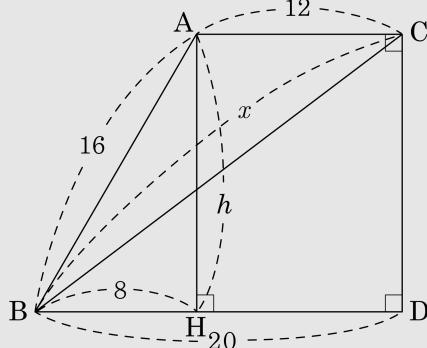


[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{37}$

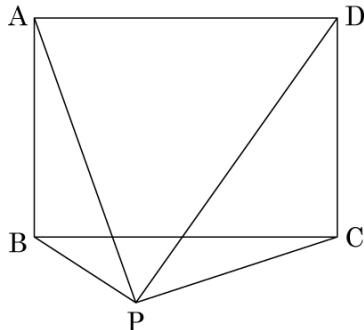
해설



$$h = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192}$$

$$\therefore x = \sqrt{400 + 192} = \sqrt{592} = 4\sqrt{37}$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA}^2 = 20$, $\overline{PB}^2 = 5$, $\overline{PD}^2 = 25$ 일 때, \overline{PC} 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

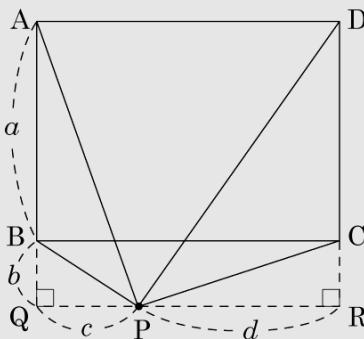
▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{10}$

해설

다음 그림과 같이

$\triangle AQP$, $\triangle BQP$, $\triangle DRP$, $\triangle CRP$ 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,
 $\overline{AB} = a$, $\overline{BQ} = b$, $\overline{PQ} = c$, $\overline{PR} = d$ 라 놓으면



$$\triangle AQP \text{에서 } \overline{AP}^2 = (a+b)^2 + c^2 \dots \textcircled{\text{1}}$$

$$\triangle BQP \text{에서 } \overline{BP}^2 = b^2 + c^2 \dots \textcircled{\text{2}}$$

$$\triangle DRP \text{에서 } \overline{PD}^2 = (a+b)^2 + d^2 \dots \textcircled{\text{3}}$$

$$\triangle CRP \text{에서 } \overline{PC}^2 = b^2 + d^2 \dots \textcircled{\text{4}}$$

①, ②, ③, ④에서

$$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \text{이 성립함을 알 수 있다.}$$

$$\text{따라서, } 20 + \overline{PC}^2 = 5 + 25, \quad \overline{PC}^2 = 10$$

$$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10} (\because \overline{PC} > 0)$$