단원 종합 평가

1. 한 중학교의 2 학년은 1 반부터 6 반까지 총 6 학급이다. 임의의 순서로 급식실에서 반별로 점심을 먹는다고 할 때, 1 반과 6 반이 이웃하여 급식실에 들어갈 확률을 고르면? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$\frac{5\times4\times3\times2\times1\times2}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{3}$

2. 상자 안에 1 에서 9 까지의 숫자가 각각 적힌 카드가 있다. 상자에서 카드를 한 장씩 두 번 꺼낼 때, 숫자의 곱이 짝수일 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

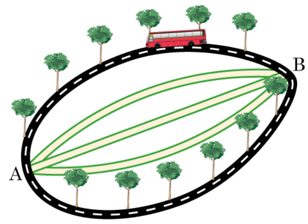
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{18}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{곱이 짝수일 확률}) &= 1-(\text{홀수})\times(\text{홀수})\\ &= 1-\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\\ &= \frac{13}{18}\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같은 섬의 두 마을 A, B 사이에는 버스길이 2 개, 등산로가 3 개 있다. 버스 또는 걸어서 갈 수 있는 방법의 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 가지

해설

$2+3=5$(가지) 이다.

4. 민정, 현정, 예든, 민경, 지은이가 에버랜드로 소풍을 갔다. 다섯 명이 차례로 슈퍼 봅슬레이를 탈 때, 민정이 뒤에 민경이가 타고 현정이가 맨 뒤에 탈 확률을 구하면? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

모든 경우의 수 : $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)
현정이는 맨 뒤에 자리를 정하고, 민정이 뒤 민경이를 묶어 한 명으로 간주하면
예든, (민정, 민경), 지은의 세 명의 순서를 정하는 방법의 가지수는 $3\times2\times1=6$(가지)
따라서 확률은 $\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$

5. 8개의 물건 중 4개의 물건에만 행운권이 들어 있다. 이 중에서 임의로 물건 3개를 고를 때, 그 중에서 적어도 한 개의 행운권이 들어 있게 될 확률은? (단, 고른 물건은 다시 제자리로 돌려놓는다.)

[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

해설

3개 중 행운권이 한 장도 없을 확률은 $\left(1-\frac{4}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$이다.
그러므로 구하는 확률은 $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$이다.

6. 항아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 항아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 33가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B, 4의 배수의 집합을 C라고 할 때,
$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C}) = n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})-n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})-n(\mathrm{C}\cap\mathrm{A})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$이다.
$n(\mathrm{A}) = 25$, $n(\mathrm{B}) = 16$, $n(\mathrm{C}) = 12$, $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 8$, $n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = 4$, $n(\mathrm{C}\cap\mathrm{A}) = 12$, $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = 4$이다.
따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
$25+16+12-8-4-12+4 = 33$(가지)이다.

7. 세 학생이 가위바위보를 할 때 나올 수 있는 모든 경우의 수를 a, A, B, C 의 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 어느 한 주사위만 5 의 눈이 나오는 경우의 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 를 구하면?

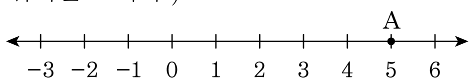
[배점 5, 중상]

① 27 ② 30 ③ 45 ④ 48 ⑤ 54

해설

각각의 학생들은 가위, 바위, 보 세 가지를 낼 수 있으므로 $a = 3\times3\times3 = 27$ 이고, 한 주사위만 5 의 눈이 나오는 경우는 (5, ◯, ◯) 인데 ◯ 에는 5 를 제외한 다섯 개의 숫자 중에 한 개가 나오는 것이 되므로 $b = 3\times5\times5 = 75$ 가 된다. 따라서 $b-a = 75-27 = 48$이다.

8. 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 수직선을 따라 양의 방향으로 2 만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1 만큼 이동한다. 동전을 4 번 던져서 이동하였을 때 A 지점에 위치할 확률은? (단, 동전을 던지기 전의 위치는 0 이다.)



[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

해설

앞면 나오는 횟수$= a$, 뒷면 나오는 횟수 $= b$라 하면
$a+b=4$, $2a-b=5$에서 $a=3$, $b=1$
즉, 앞면 3 번, 뒷면 1 번
(전체 경우의 수) $= 2\times2\times2\times2 = 16$(가지)
앞면 3 , 뒷면 1 순서 바뀌는 경우 4 가지
$\therefore \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

9. 다음 중 확률이 1이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률

② 동전을 한 개 던질 때, 앞면이 나올 확률

③ 한 개의 주사위를 던질 때, 7의 눈이 나올 확률

④ 1에서 4까지의 숫자가 적힌 4장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 43 이하가 될 확률

⑤ 검은 공 5개가 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률

해설

① 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{6}{6}=1$

② $\frac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}}=\frac{1}{2}$

③ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, $\frac{0}{6}=0$

④ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{12}{12}=1$

⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{5}{5}=1$

10. 10 원 동전 4 개, 50 원 동전 3 개, 100 원 동전 1 개가 있다. 이 동전을 최소한 1 개 이상 사용하여 만들 수 있는 금액의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 29 가지

해설

10 원짜리 동전 : 0 원, 10 원, 20 원, 30 원, 40 원

50 원짜리 동전 : 0 원, 50 원, 100 원, 150 원

100 원짜리 동전 : 0 원, 100 원

그런데 50 원짜리 동전 2 개로 만드는 금액과 100 원짜리 동전 1 개로 만드는 금액이 같으므로 100 원짜리 동전 1 개를 50 원짜리 동전 2 개로 바꾸면 만들 수 있는 금액의 수는 10 원짜리 동전 4 개, 50 원짜리 5 개로 만들 수 있는 금액의 수와 같다.

10 원짜리 동전 : 0, 1, 2, 3, 4 개의 5 가지

50 원짜리 동전 : 0, 1, 2, 3, 4, 5 개의 6 가지

이때, 동전을 1 개도 사용하지 않는 경우가 1 가지이므로

금액을 만드는 방법의 수는 $5\times6-1=29$ 가지이다.

11. 철호와 명진이가 가위바위보를 할 때, 명진이가 지지 않을 경우의 수와 확률을 각각 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 경우의 수 : 6 가지 , 확률 : $\frac{2}{3}$

해설

명진이가 이기는 경우의 수 : 3 가지

비기는 경우의 수 : 3 가지

따라서 경우의 수는 $3+3=6$ (가지) 이므로

확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ 이다.

12. 한 개의 주사위를 다섯 번 던졌을 때, 4 의 눈이 3 번 이상 연속하여 나올 확률을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{81}$

해설

한 개의 주사위를 5 번 던졌을 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$ (가지)

4 의 눈이 3 번 연속해서 나오는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

(1) 444□□ 의 경우 : 4 가 아닌 수가 나오고 그 다음에 나오는 수는 $1 \sim 6$ 까지의 수 중 어느 수든 될 수 있으므로 $5 \times 6 = 30$ (가지)

(2) □444□ 의 경우 : □안에 들어가는 수는 둘 다 4 가 아닌 수이어야 하므로 $5 \times 5 = 25$ 가지

(3) □□444 의 경우 : $6 \times 5 = 30$ 가지

(4) 4444□ 의 경우 : 5 가지

(5) □4444 의 경우 : 5 가지

(6) 44444 의 경우 : 1 가지

(1) ~ (6) 에서 4 의 눈이 3 번 이상 연속하여 나오는 경우의 수는

$30 + 25 + 30 + 5 + 5 + 1 = 96$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{96}{6^5} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$ 이다.

13. $1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0 을 적어도 2 개는 포함하는 이진수를 고를 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{503}{512}$

해설

$1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수의 개수는 2^9 개이고

(1) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 경우 : 1 가지

(2) 숫자 0 을 한 개 포함하는 경우 : 8 가지

숫자 0 을 적어도 두 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1)과 (2)의 경우의 수를 뺀 것이므로 구하는 확률은 $1 - \frac{9}{2^9} = \frac{503}{512}$ 이다.

14. 갑, 을 두 사람이 100 개의 구슬이 들어있는 상자에서 다음과 같은 규칙에 따라 구슬 꺼내기 놀이를 하려고 한다.

[규칙1] 한 번에 1 개 이상 5 개 이하의 구슬을 꺼낼 수 있다.

[규칙2] 갑부터 시작하여 두 사람이 번갈아 가며 꺼내고, 꺼낸 구슬은 다시 집어 넣지 않는다.

[규칙3] 빈 상자가 될 때까지 구슬을 꺼내며 마지막 구슬을 꺼내는 사람이 이긴다.

이 때, 갑이 놀이에서 이기기 위해서는 처음에 a 개의 구슬을 꺼내고, 그 다음부터는 을이 꺼낸 구슬의 개수와의 합이 b 개가 되도록 구슬을 꺼내면 된다고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

을이 어떤 개수의 구슬을 꺼내어도 갑이 적당한 개수의 구슬을 꺼내어 두 구슬의 합이 일정하게 되도록 하려면 결국 b 의 값은 6 일 수밖에 없다. 왜냐하면, 을이 구슬을 1 개만 꺼낸다면 갑이 꺼내는 구슬의 개수에 상관없이 그 합이 7 이상의 수는 될 수 없기 때문이다. 또한, 을, 갑의 순서로 계속 하여 합이 6 이 되도록 꺼낼 때 결국 남는 구슬의 개수는 $100-96=4$ (개) 이므로 처음에 갑이 4 개의 구슬을 먼저 꺼낸 후 반복적으로 을이 꺼낸 구슬의 개수와의 합이 6 이 되도록 구슬을 꺼내면 상자에 남는 구슬의 개수는 다음 표와 같다.

구 분	갑	을+갑	을+갑	⋯	을+갑
꺼낸 개수(개)	4	6	6	⋯	6
남은 개수(개)	96	90	84	⋯	6

따라서 을이 마지막에 몇 개의 구슬을 꺼내더라도 갑이 나머지 구슬을 모두 꺼낼 수 있으므로 갑이 이기게 된다. 즉, $a=4,\ b=6\ \therefore\ a+b=10$

15. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 임의로 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 35 미만일 확률은? [배점 6, 상중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

5 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수는 $4\times4=16$ (가지) 이다. 35 이상인 경우를 찾으면 40, 41, 42, 43 이다.
따라서 35 미만일 확률은 $1-\frac{4}{16}=\frac{3}{4}$ 이다.