단원 종합 평가

1. 다음 중 명제인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① 대한민국의 수도는 대구이다.

② 12 는 3 의 배수이다.

③ 야구는 축구보다 재미있다.

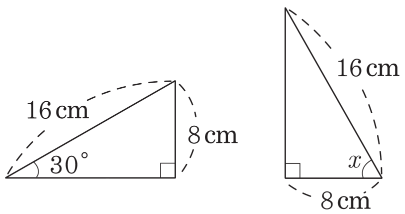
④ 지리산은 높다.

⑤ $x - y = 1$

해설

③, ④ 참, 거짓을 판별할 수 없다.
⑤ x ,y 의 값에 따라 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 참, 거짓을 판별할 수 없다.

2. 다음 두 직각삼각형의 합동조건을 쓰고 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

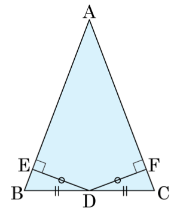
▷ 정답 : RHS 합동

▷ 정답 : 60 °

해설

한 각이 직각 (R) 이고, 빗변의 길이 (H) 가 같고, 다른 한 변의 길이 (S) 가 같으므로, RHS 합동
$\therefore \angle x = 90° - 30° = 60°$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

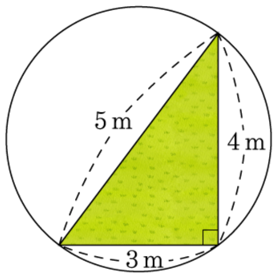
▶ 답 :

▷ 정답 : 56 °

해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)
$\angle EBD = \angle FCD = 62°$
$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

4. 민호는 그림과 같이 직각삼각형 모양의 잔디 밭에 원 모양의 테두리를 두르려고 한다. 테두리를 둘렀을 때, 원의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

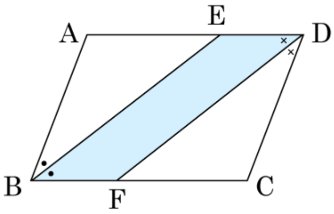
▶ 답 :

▷ 정답 : $6.25\pi\ \mathrm{cm}^2$

해설

직각삼각형이므로 빗변의 중심에 외심이 있다. 그러므로 원의 반지름은 2.5 cm 이다.
따라서 원의 넓이는 $\pi(2.5\ \mathrm{cm})^2 = 6.25\pi(\ \mathrm{cm}^2)$ 이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 2, 하중]



① $\angle B = \angle D$　② $\angle EBF = \angle FDE$

③ $\angle EDF = \angle DFC$　④ $\angle BFD = \angle DEB$

⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 $\square EBFD$ 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

6. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① '정사각형은 사다리꼴이다.' 는 거짓인 명제이다.

② '수학 선생님은 참으로 아름답구나!' 는 참인 명제이다.

③ 정삼각형의 정의는 '세 내각의 크기가 같은 삼각형' 이다.

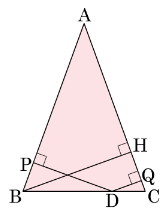
④ 평행사변형의 정의는 '두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형' 이다.

⑤ '두 삼각형이 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다.' 는 거짓인 명제이다.

해설

① 정사각형은 사다리꼴이다. (참인 명제)
② 참인지 거짓인지 판별할 수 없다.
③ 정삼각형의 정의는 세 변의 길이가 같은 삼각형이다.
⑤ 두 삼각형이 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다. (참인 명제)

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 8\text{cm}$, $\overline{DQ} = 5\text{cm}$ 이다. 꼭짓점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

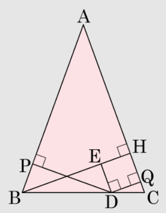


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

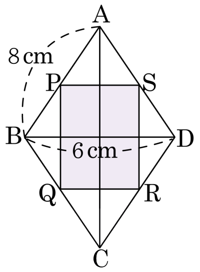
▷ 정답 : 13 cm

해설



점 D 에서 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면
$\triangle PBD \equiv \triangle EDB$(RHA 합동)
$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = \overline{DP} + \overline{DQ} = 8 + 5 = 13(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같은 마름모 □ABCD 에서 네 변의 중점을 연결하여 만든 □PQRS 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 하상]

① $12cm^2$ ② $12cm^2$ ③ $18cm^2$

④ $20cm^2$ ⑤ $24cm^2$

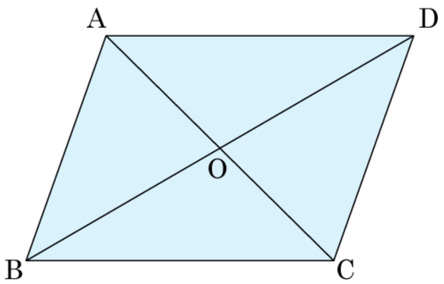
해설

마름모의 네 변의 중점을 연결한 사각형은 직사각형이 되고,

$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 3cm$, $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4cm$ 이므로

(□PQRS의 넓이) $= 3 \times 4 = 12\,cm^2$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\triangle AOD = 20cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① $40cm^2$ ② $60cm^2$ ③ $80cm^2$

④ $100cm^2$ ⑤ $120cm^2$

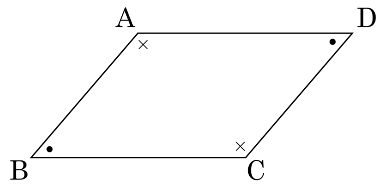
해설

$\triangle BOC$와 $\triangle AOD$는 같다.

$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$이다.

그러므로 평행사변형 ABCD 는 $80\,cm^2$ 이다.

10. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서

$\angle A = \angle C = a$

$\angle B = \angle D = b$라 하면

$2a + 2b = 360°$

$\therefore\ a + b = 180°$

동측내각의 합이 $\boxed{}$이므로

$\therefore\ \overline{AB} \,//\, \overline{DC},\ \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

[배점 3, 하상]

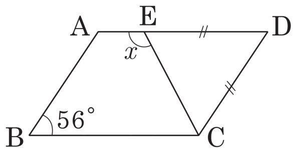
① $45°$ ② $60°$ ③ $90°$

④ $180°$ ⑤ $360°$

해설

동측내각의 합이 $180°$이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

11. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

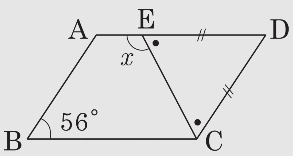


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $118\,°$

해설



$\angle \mathrm{CED} = (180\,° - 56\,°) \div 2 = 62\,°$

$\angle x = 180\,° - 62\,° = 118\,°$

12. a, b 가 정수이고 p, q, r 가 다음과 같을 때, 다음 중 참인 것은?

p : $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이다.
q : $a^2 + b^2 = 0$ 이다.
r : $a + b = 0$ 이다.

[배점 3, 중하]

① p 이면 q 이다.

② p 이면 r 이다.

③ q 이면 r 이다.

④ r 이면 p이다.

⑤ r 이면 q 이다.

해설

p, q, r 의 관계를 파악해서 찾아보면 “q 이면 r 이다.” 는 참이다.

13. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

[배점 3, 중하]

① 두 홀수의 곱은 홀수이다.

② 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형이다.

③ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 이면 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이다.

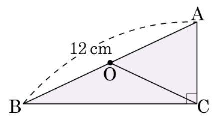
④ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이다.

⑤ 11 은 소수이다.

해설

② 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

14. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

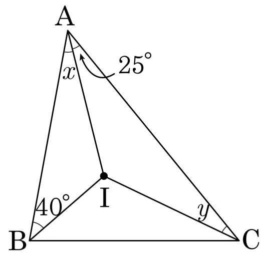
▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}$

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.

$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle x = 25°$

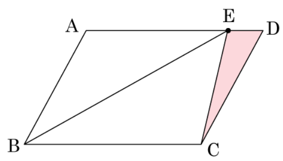
▷ 정답 : $\angle y = 25°$

해설

$\angle x = \angle \mathrm{IAC} = 25°$

$\angle y = 90° - (25° + 40°) = 25°$

16. 다음 그림과 같이 넓이가 $100\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{DE}} = 4 : 1$ 일 때 $\triangle\mathrm{ECD}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$, $\triangle\mathrm{EBC}$ 의 높이는 모두 같다.

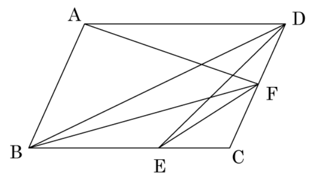
$\overline{\mathrm{AE}} + \overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로, $\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{ECD} = \triangle\mathrm{EBC}$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{ECD} = 50\mathrm{cm}^2$ 이다.

$\triangle\mathrm{ECD} : \triangle\mathrm{ABE} = 1 : 4 = 10\mathrm{cm}^2 : 40\mathrm{cm}^2$

$\therefore \triangle\mathrm{ECD} = 10\mathrm{cm}^2$

17. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 3, 중하]

① $\triangle\mathrm{ADF} = \triangle\mathrm{BDF}$

② $\triangle\mathrm{DBF} = \triangle\mathrm{DEF}$

③ $\triangle\mathrm{BDE} = \triangle\mathrm{BFE}$

④ $\triangle\mathrm{ADB} = \triangle\mathrm{AFB}$

⑤ $\triangle\mathrm{BDE} = \triangle\mathrm{EDC}$

해설

① ○ $\triangle\mathrm{ADF} = \triangle\mathrm{BDF}$ ($\overline{\mathrm{DF}}$ 가 공통)

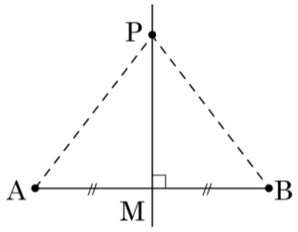
② × $\triangle\mathrm{DBF} = \triangle\mathrm{DEF}$

③ × $\triangle\mathrm{BDE} = \triangle\mathrm{BFE}$

④ ○ $\triangle\mathrm{ADB} = \triangle\mathrm{AFB}$ ($\overline{\mathrm{AB}}$ 가 공통)

⑤ × $\triangle\mathrm{BDE} = \triangle\mathrm{EDC}$

18. 명제 '선분 AB의 수직이등분선 위의 한 점 P는 두 점 A, B에서 같은 거리에 있다.'를 증명하는 과정이다. ①~⑤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\boxed{\quad ① \quad}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$
[결론] $\boxed{\quad ② \quad}$
[증명] $\triangle PAM$과 $\triangle PBM$에서
㉠ $\overline{AM} = \overline{BM}$ (가정)
㉡ $\angle AMP = \boxed{\quad ③ \quad} = 90°$ ($\overline{PM}$은 $\overline{AB}$와 수직)
㉢ $\boxed{\ ④\ }$은 공통변
$\therefore$ $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$ ($\boxed{\ ⑤\ }$ 합동)
$\therefore$ $\overline{AP} = \overline{BP}$

[배점 4, 중중]

① $\overline{AB} \perp \overline{PM}$ ② $\overline{AP} = \overline{BP}$ ③ $\angle BMP$
④ $\overline{PM}$ ⑤ SSS

해설

[가정] $\overline{AB} \perp \overline{PM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$
[결론] $\overline{AP} = \overline{BP}$
[증명] $\triangle PAM$ 과 $\triangle PBM$ 에서
㉠ $\overline{AM} = \overline{BM}$ (가정)
㉡ $\angle AMP = \angle BMP = 90°$ ($\overline{PM}$ 은 $\overline{AB}$ 와 수직)
㉢ $\overline{PM}$은 공통변
$\therefore$ $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$ (SAS 합동) $\therefore$ $\overline{AP} = \overline{BP}$

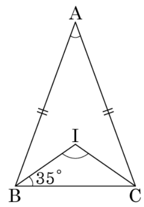
19. 다음 중 용어의 정의가 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① 정삼각형 : 세 변의 길이와 세 내각의 크기가 모두 같다.
② 마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
③ 대각선 : 다각형에서 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분
④ 사다리꼴 : 한 쌍의 대변의 길이가 같은 삼각형
⑤ 삼각형의 외심 : 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점

해설

① 정삼각형 : 세 변의 길이가 모두 같은 삼각형
④ 사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행하는 사각형
⑤ 외심 : 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



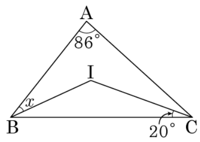
[배점 4, 중중]

① 108° ② 109° ③ 110°
④ 111° ⑤ 112°

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.
$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이므로
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$ 일 때, $\angle ABI = ($ $\quad$ $)°$이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

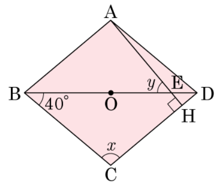
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.
점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.
$\therefore\ \angle ABI = 27°$이다.

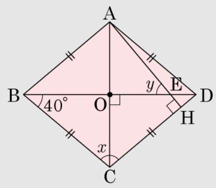
22. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

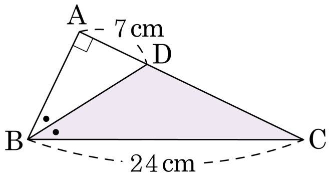
① $x = 90°,\ y = 45°$
② $x = 95°,\ y = 45°$
③ $x = 90°,\ y = 40°$
④ $x = 100°,\ y = 50°$
⑤ $x = 100°,\ y = 40°$

해설



(1)$\angle CBO = 40°$ 이고, $\angle BOC = 90°$ 이므로,
$\angle BCO = 50°$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로
$\therefore \angle x = 100°$
(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40°,\ \angle DHE = 90°$ 이므로, $\angle DEH = 50°$
$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로
$\therefore \angle y = 50°$
$\therefore \angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.

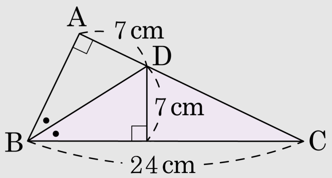


[배점 5, 중상]

▶ 답:

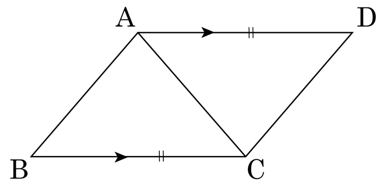
▷ 정답: $84\,\text{cm}^2$

해설



$(\triangle DBC\text{의 넓이}) = 24 \times 7 \times \dfrac{1}{2} = 84\,(\text{cm}^2)$

24. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA 에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ㄹ. $\underline{\text{SAS}}$ 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

[배점 5, 중상]

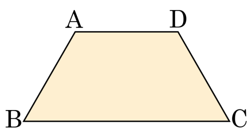
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

25. 다음 그림은 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AD} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

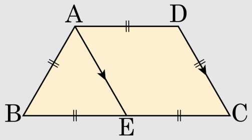


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $60°$

해설



$\overline{\mathrm{DC}}$ 에 평행하게 $\overline{\mathrm{AE}}$ 를 그으면 $\square\mathrm{AECD}$ 는 평행사변형이 되고, $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 점 E 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점에 위치하게 된다. 그러므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}$ 는 정삼각형이 된다.

$\therefore\ \angle\mathrm{B} = 60^\circ$