

단원 종합 평가

1. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

- ㉠ $\{3, 1\}$
- ㉡ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$
- ㉢ $\{0, 1, 3\}$
- ㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

㉡, ㉣ 을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

2. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{1, 2\}$
- ② $\{1, 2, 3\}$
- ③ $\{1, 2, 4\}$
- ④ $\{2, 3, 4\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

3. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개 : $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개 : $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.

② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

4. 이진법의 수 $10101_{(2)}$ 을 이진법의 전개식으로 바르게 나타낸 것은? [배점 2, 하중]

① $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

② $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$

③ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

④ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

⑤ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

해설

$$10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 1 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$$

5. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 진부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 31 개

해설

진부분집합은 부분집합 중에 자기 자신만을 제외한 것이므로, 진부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수보다 1 개가 적다. 따라서 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

6. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A \cap B = \{4\}$

② $B \cap C = \emptyset$

③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$

④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A - B = \{1, 5\}$

② $B^c = \{1, 5, 6, 7\}$

③ $A \cap B = \{3\}$

④ $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$

⑤ $B - A^c = \{3\}$

해설

④ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$

9. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 12$

해설

$$72 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$a = 2$$

$$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$$

$$2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이고,

$B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

10. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일 최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.

두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지역}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다 낮은 지역}\}$

에 대하여 $A \cup B$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① {충남, 충북}
- ② {서울 / 경기, 충남, 충북}
- ③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 독도}
- ④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
- ⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

11. 두 집합 A, B 에 대하여

$n(A - B) = 3, n(B - A) = 5, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

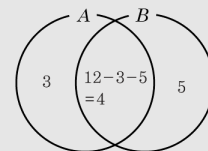
▷ 정답 : 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{4, 7, 9\}, B = \{x - 2, x + 1, x + 3\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.

두 집합의 원소를 비교하면 $x - 2$ 가 가장 작은 수이기 때문에 $x - 2 = 4$ 이다.

따라서 $x = 6$ 이다.

13. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.

따라서 $\square = 8$ 이다.

14. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

① 129 ② 672 ③ 501

④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

15. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

[배점 3, 중하]

① 507에서 10^2 의 자리의 수는 5이다.

② $7 \times 10^3 + 8 \times 10 + 6 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 70086이다.

③ $60008 = 6 \times 10^4 + 8 \times 1$

④ $82700 = 8 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10$

⑤ $3 \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 4 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 30640이다.

해설

② $7 \times 10^3 + 8 \times 10 + 6 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 7086이다.

④ $82700 = 8 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 7 \times 10^2$

⑤ $3 \times 10^4 + 6 \times 10^2 + 4 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 30604이다.

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

① 12, 10, 4의 최소공배수는 60이다.

② 4, 5, 10의 최소공배수는 20이다.

③ 2, 3, 6의 최소공배수는 6이다.

④ 12, 24, 6의 최소공배수는 24이다.

⑤ 14, 6, 8의 최소공배수는 100이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14 \quad 6 \quad 8} \\ \underline{7 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

17. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은
 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $10 \in B$ ③ $\emptyset \subset A$
 ④ $2 \subset B$ ⑤ $7 \in B$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

- ① $B \subset A$
 ④ $2 \in B$
 ⑤ $7 \notin B$

18. 두 집합 A, B 에 대하여
 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B)$
 와 $n(A - B)$ 의 값을 각각 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $n(A \cup B) = 25$

▷ 정답: $n(A - B) = 9$

해설

$$A \cap B = B \text{이므로 } B \subset A,$$

$$n(A \cup B) = n(A) = 25,$$

$$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $A \subset B$
 ㉡ $n(B) - n(A) = \{5, 6\}$
 ㉢ $n(A) < n(B)$
 ㉣ $n(A) \subset n(B)$
 ㉤ $B \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

$$\textcircled{1} n(B) - n(A) = 2$$

$$\textcircled{3} n(A) \not\subset n(B)$$

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 81 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$81 = 3^4$$

$$A = \{3\}$$

$$\therefore n(A) = 1$$

21. 세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 일 때,
다음 중 A 가 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① 18 ② 30 ③ 36
④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 이므로
 A 는 약수로 18 을 가진다.
따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될
수 없다.

22. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두
구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합
② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
③ 무한집합
④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

23. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 20이하의 소수}\}$ 에 대하여
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중
옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
② $A \cap B^c = \{2\}$
③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

- $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$
② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

24. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의
합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$
의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ &b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ &\therefore a + b = 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

25. 504 를 자연수 a 로 나눈 값이 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2$ 이므로
 $a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$ 가 가능하다.
 $a = 2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$
 $a = 2^3 \times 7$ 일 때, $b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$
 $a = 2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$
 $a = 504$ 일 때, $b = 1$
 $\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$