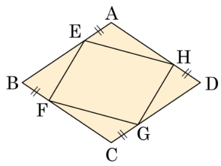
오답 노트-다시풀기

1. 다음 그림에서 □ABCD는 마름모이다. $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$일 때, □EFGH는 어떤 사각형인가?



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

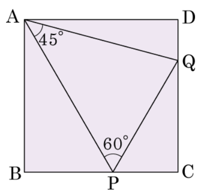
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$(SAS합동)

$\therefore \overline{EH}=\overline{FG}$, $\overline{EF}=\overline{HG}$이므로

□EFGH는 평행사변형이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle PAQ=45\,°$, $\angle APQ=60\,°$일 때, $\angle AQD$의 크기는?



[배점 5, 상하]

① $45\,°$　② $55\,°$　③ $65\,°$

④ $75\,°$　⑤ $85\,°$

해설

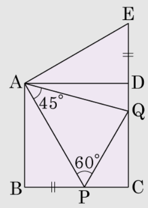
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연정선 위에 $\overline{BP}=\overline{DE}$인 점 E를 잡는다.

$\triangle APQ$, $\triangle AEQ$에서, $\overline{AP}=\overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통,

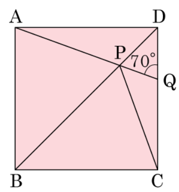
$\angle PAQ=\angle EAQ=45\,°$

$\therefore \triangle APQ \equiv \triangle AEQ$

$\therefore \angle AQD=\angle AQP=180\,°-(45\,°+60\,°)=75\,°$



3. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 $\angle AQD=70\,°$일 때, $\angle PCD$의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20\,°$

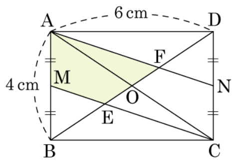
해설

$\triangle DPA \equiv \triangle DPC$ (SAS합동)

$\angle AQD=70\,°$이므로

$\angle DAP=20\,°$　　$\therefore \angle PCD=20\,°$

4. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

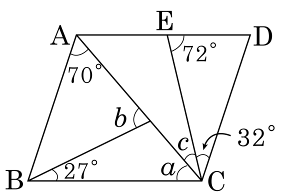
▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{AOF} \equiv \triangle\mathrm{COE}$ (ASA 합동)이므로

$$\square\mathrm{AMEF} = \triangle\mathrm{AMC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$$
$$= \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6\left(\mathrm{cm}^2\right)$$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $133\,°$

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle c = 70° - 32° = 38°$

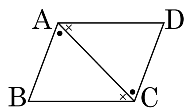
$\angle\mathrm{EDC} = 180° - 72° - 32° = 76° = \angle\mathrm{ABC}$

$\angle a = 180° - 70° - 76° = 34°$

$\angle b = \angle a + 27° = 34° + 27° = 61°$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34° + 61° + 38° = 133°$

6. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면

$\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{CDA}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}$는 공통 $\cdots$㉠

$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{DCA} \cdots$㉡

$\overline{\mathrm{AD}} \,//\, \overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{DAC} \cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{CDA}$(ASA 합동)

$\therefore\ \angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{C},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D}$

[배점 5, 중상]

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

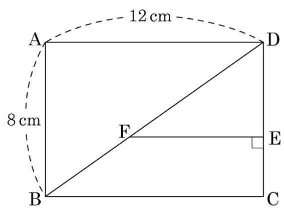
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

7. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{DC}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라.

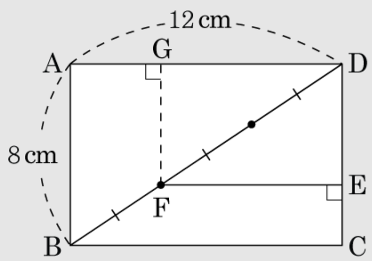


[배점 5, 중상]

① 8cm ② 7cm ③ 6cm
④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.

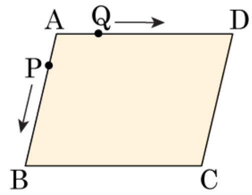


$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GD} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 8(\text{cm})$

따라서, $\overline{FE} = \overline{GD} = 8(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 의 변 위를 점 P 는 매초 0.2cm 의 속도로 점 A 에서 B 를 지나 C 까지 움직이고, 점 Q 는 매초 0.3cm 의 속도로 점 A 에서 D 를 지나 C 까지 움직인다. 점 P , Q 가 점 A 를 동시에 출발하고부터 △ABP 와 △CDQ 가 합동이 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



[배점 5, 중상]

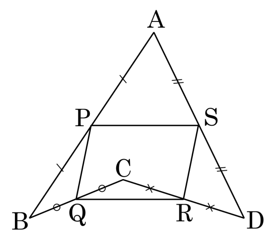
▶ 답 :

▷ 정답 : 32 초

해설

△ABP 와 △CDQ 가 합동일 때 점 P 는 $\overline{BC}$ 위에, 점 Q 는 $\overline{AD}$ 위에 있고, $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 일 때이다.
점 A 에서 출발한 점 P, Q 가 만든 삼각형이 합동이 될 때까지 걸린 시간을 x 라 할 때
$0.2x - 4 = 12 - 0.3x$ 이다.
$\therefore x = 32$

9. 다음 그림과 같은 □ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 사각형인가?

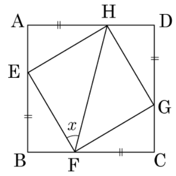


[배점 4, 중중]

① 마름모 ② 직사각형
③ 정사각형 ④ 사다리꼴
⑤ 평행사변형

> **해설**
>
> 점 B와 D를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여
> $\triangle ABD$에서 $\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PS}\,//\,\overline{BD}$
> $\triangle CBD$ 에서 $\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR}//\overline{BD}$
> $\therefore \overline{PS}=\overline{QR}, \overline{PS}\,//\,\overline{QR}$
> 따라서 □PQRS는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{EB}=\overline{FC}=\overline{GD}=\overline{HA}$가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H를 잡을 때, $\angle x$의 크기는?

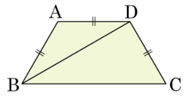


[배점 4, 중중]

① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$
④ $40°$ ⑤ $45°$

> **해설**
>
> $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$이므로 $\overline{EH}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이다.
> 또한 $\angle AEH=\angle EFB$, $\angle AHE=\angle BEF$이므로 $\angle EFG=90°$이다.
> 따라서 □EFGH는 정사각형이고, $x=45°$이다.

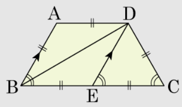
11. 다음 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$일 때, $\angle DBC$의 크기를 구하여라.



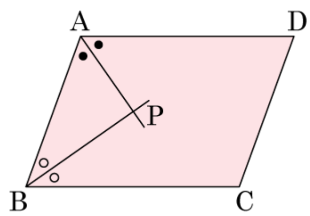
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $30°$

> **해설**
>
> 
>
>
> 점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 할 때, □ABED는 마름모가 된다.
> 또한, $\triangle DEC$는 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$이다.
> 마름모의 성질에 의해서 $\overline{AB}=\overline{DE}$이므로 $\triangle DEC$는 정삼각형이다.
> $\therefore \angle DEC=\angle DCE=\angle EBA=60°$
> □ABED가 마름모이므로
> $\angle DBC=\angle ABD=30°$

12. 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선의 교점을 P라 할 때, $\angle APB=(\quad)°$이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

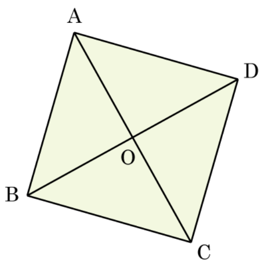
▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle A + \angle B = 180°$ 이고 $\angle PAB + \angle ABP = 90°$ 이다.
따라서 $\angle APB = 90°$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



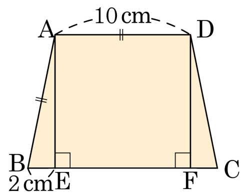
[배점 4, 중중]

① 직사각형 ② 평행사변형
③ 마름모 ④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
$\therefore$ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E 라고 한다. 그림을 보고 등변사다리꼴의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

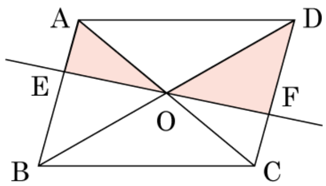
▶ 답 :

▷ 정답 : 44 cm

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면,
$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = 10\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} = 30\text{cm}$
$\overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 2 + 10 + 2 = 14(\text{cm})$
전체 둘레의 길이는 $30 + 14 = 44(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\text{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

해설

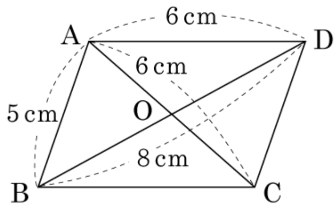
$\triangle OAE + \triangle ODF$

$= \triangle OAE + \triangle OBE$

$= \frac{1}{4}\square ABCD \ (\because \ \triangle OEB \equiv \triangle OFD)$

$= \frac{1}{4} \times 40 = 10 \ (\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 △OBC 와 △OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



[배점 3, 중하]

① 11 cm, 12 cm ② 12 cm, 12 cm

③ 12 cm, 13 cm ④ 13 cm, 12 cm

⑤ 13 cm, 13 cm

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

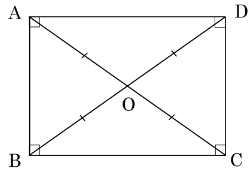
△OBC 의 둘레는

$\overline{OB} + \overline{OC} + \overline{BC} = 4 + 3 + 6 = 13(\mathrm{cm})$

△OCD 의 둘레는

$\overline{OC} + \overline{OD} + \overline{CD} = 3 + 4 + 5 = 12(\mathrm{cm})$

17. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{CD}$

㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$

㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

㉣ $\angle A + \angle B = 180°$

㉤ $\overline{BO} = \overline{DO}$

㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢, ㉥

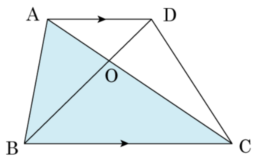
해설

직사각형이 정사각형이 될 조건

두 대각선이 이루는 각이 90° 이다. → ㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

이웃한 두변의 길이가 같다. → ㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 2\overline{DO}$ 이다. $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

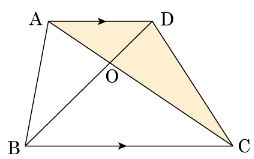
▶ 답 :

▷ 정답 : $36\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle DOC$ 와 $\triangle OBC$ 는 높이가 같음으로, $\triangle DOC : \triangle OBC = 1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle OBC$ 이다.
$\therefore \triangle OBC = 24\text{cm}^2$
$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABC = \triangle DBC$ 이고 $\triangle ABO = \triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다.
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC = 12 + 24 = 36\text{cm}^2$

19. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, 이고 $\overline{OC} = 3\overline{AO}$ 이다. $\triangle AOB = 9\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

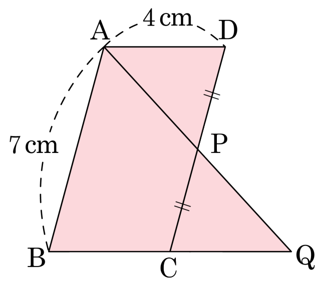
▶ 답 :

▷ 정답 : $12\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$, $\triangle\ ABO = \triangle DOC = 9\text{cm}^2$
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다.
$\triangle DOC : \triangle AOD = 3 : 1 = 9\text{cm}^2 : \triangle AOD$
$\therefore \triangle AOD = 3\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle DOC = 9 + 3 = 12\text{cm}^2$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 Q 라고 할 때,$\overline{BQ}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① 7 cm ② 7.5 cm ③ 8 cm
④ 8.5 cm ⑤ 9 cm

해설

$\triangle ADP \equiv \triangle QCP$ (ASA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CQ} = \overline{BC} = 4(\text{ cm})$
$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} + \overline{CQ} = 8(\text{ cm})$