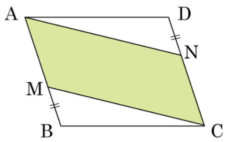
약점 보강 1

1. 다음 평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분이 나타내는 도형은 무엇인가?



[배점 2, 하중]

① 사다리꼴 ② 평행사변형

③ 직사각형 ④ 마름모

⑤ 정사각형

해설

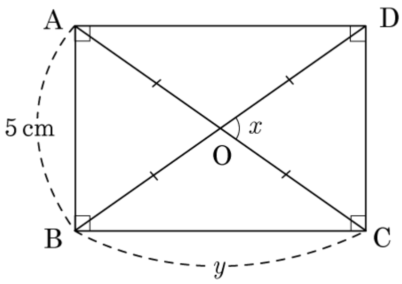
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AM} // \overline{NC}, \overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{BM} = \overline{DC} - \overline{DN} = \overline{NC}$

$\therefore \overline{AM} // \overline{NC}, \overline{AM} = \overline{NC}$

2. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle x =$ 90 °

▷ 정답 : $y =$ 5 cm

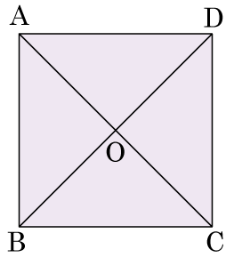
해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은

두 대각선이 이루는 각이 $90°$이므로 $\angle x = 90°$

이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

3. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



[배점 3, 하상]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle AOD = \angle BOC$ ④ $\angle AOB = \angle AOD$

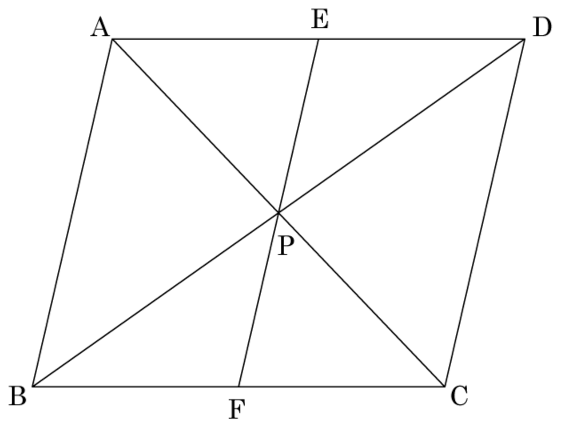
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

또는 대각선이 서로 수직이등분하는 것이므로 $\angle AOD = \angle AOB$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선과 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 3, 하상]

① $\triangle ABP \equiv \triangle CDP$ ② $\overline{BP} = \overline{DP}$

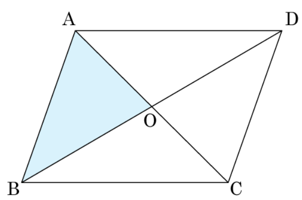
③ $\triangle EPA \equiv \triangle BPF$ ④ $\overline{EP} = \overline{FP}$

⑤ $\triangle EPD \equiv \triangle BPF$

해설

$\triangle EPA$ 와 $\triangle BPF$ 는 합동이 아니다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB = 10$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

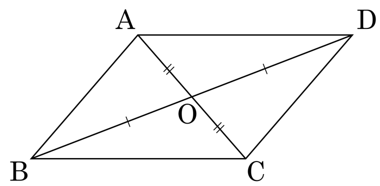
▷ 정답 : 10

해설

평행사변형 ABCD 에서

$\triangle AOB$ 와 $\triangle COD$ 의 넓이는 같다.

6. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서

$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)

$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{\text{ㄱ}}$)

따라서, $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)

$\angle OAB = \boxed{\text{ㄴ}}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC} \cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ 에서

$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로

$\therefore \overline{AD} // \overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

[배점 3, 하상]

① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$

② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$

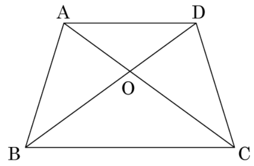
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

7. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle ABC = 50\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$ 이다. 이 때, △OBC 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① 25cm^2 ② 35cm^2 ③ 45cm^2
④ 55cm^2 ⑤ 65cm^2

해설

$\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC$
$\therefore\ \triangle OBC = 50 - 15 = 35(\text{cm}^2)$

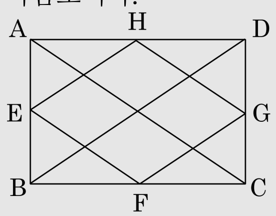
8. 다음 중 직사각형의 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 사각형으로 가장 적당한 것은?

[배점 3, 하상]

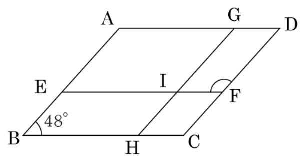
① 등변사다리꼴 ② 평행사변형
③ 직사각형 ④ 마름모
⑤ 정사각형

해설

다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 대각선 AC 를 그으면 △ABC 와 △ADC 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 한편, 대각선 BD 를 그으면 △ABD 와 △CDB 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$ 따라서, □EFGH 는 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.



9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{GH}$, $\overline{AD}//\overline{EF}$ 이다. $\angle B = 48°$ 일 때, ∠DFI 의 크기는?



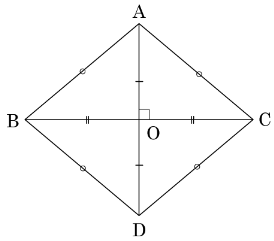
[배점 3, 중하]

① 120° ② 124° ③ 130°
④ 132° ⑤ 136°

해설

$\overline{GI}//\overline{DF}$, $\overline{GD}//\overline{IF}$ 이므로
GIFD 는 평행사변형이다.
$\angle D = \angle B = 48°$ 이므로
$\angle F = 180° - 48° = 132°$

10. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB}//\overline{CD}$

㉡ $\overline{AD}=\overline{BC}$

㉢ $\angle B+\angle D=180°$

㉣ $\overline{BC}=\overline{CD}$

㉤ $\angle ABO=\angle CBD$

㉥ $\angle A=90°$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡, ㉥

해설

마름모가 정사각형이 될 조건
두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC}=\overline{BD}$
하나의 내각이 $90°$ 이다. → ㉥ $\angle A=90°$

11. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

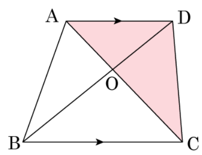
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

12. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$ 이다. $\triangle ODC=18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



[배점 3, 중하]

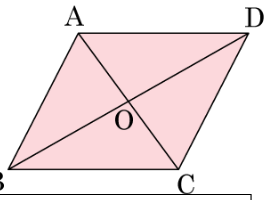
① 9cm^2 ② 18cm^2 ③ 27cm^2

④ 36cm^2 ⑤ 45cm^2

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.
$3:2=\triangle OBC:18\text{cm}^2$ $\therefore \triangle OBC=27\text{cm}^2$

13. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉡ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

㉢ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉣ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉤ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는, $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$이면 된다.

14. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

" 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다. "

[배점 4, 중중]

① 정사각형 ② 등변사다리꼴

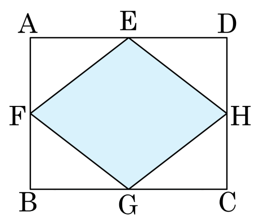
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

15. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 [ㄱ]임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄴ에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ ([ㄴ] 합동)

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{EH}$

따라서, □EFGH 는 [ㄱ]이다.

[배점 4, 중중]

① ㄱ : 마름모, ㄴ : SAS

② ㄱ : 마름모, ㄴ : ASA

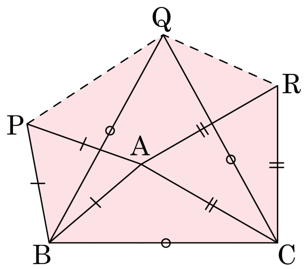
③ ㄱ : 마름모, ㄴ : SSS

④ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : SAS

⑤ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : ASA

> 해설
>
> $\triangle AEF$ 와 $\triangle BGF$ 를 보면 $\overline{AF}=\overline{CH}$, $\overline{AE}=\overline{CG}$, $\angle A=\angle C=90^\circ$ 이므로 SAS 합동이다.
> 네 변의 길이가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 마름모이다.

16. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 겹쳐 그린 것이다. 즉, $\triangle ABP$, $\triangle BCQ$, $\triangle ACR$ 은 모두 정삼각형이다. 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 고르면?



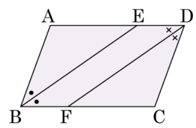
㉠ $\angle QPB=90^\circ$
㉡ $\triangle ABC\equiv\triangle RQC$
㉢ $\angle PBQ=\angle ACB$
㉣ $\overline{PQ}=\overline{RC}$
㉤ $\square QPAR$ 는 평행사변형

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉠, ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

> 해설
>
> $\triangle ABC$ 와 $\triangle RQC$ 에서 $\overline{AC}=\overline{RC}$,
> $\overline{BC}=\overline{QC}$,$\angle ACB=\angle RCQ(=60^\circ-\angle QCA)$
> 이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle RQC\cdots$㉡
> 똑같은 이유로 $\triangle ABC\equiv\triangle PBQ$
> 따라서 $\triangle PBQ\equiv\triangle RQC$ 이므로
> $\overline{PQ}=\overline{RC}\cdots$㉣
> 또, $\square QPAR$ 는 평행사변형 $\cdots$㉤
> $(\because\ \overline{AR}=\overline{PQ},\ \overline{PA}=\overline{QR}\ )$
> ㉠ $\angle QPB=90^\circ$ (근거 없음)
> ㉢ $\angle PBQ\neq\angle ACB$ 이고,
> $\triangle ABC\equiv\triangle PBQ$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

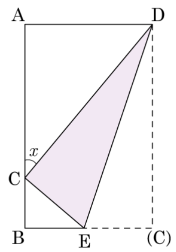
㉠ $\overline{AB}=\overline{AE}$
㉡ $\overline{ED}=\overline{BF}$
㉢ $\overline{AE}=\overline{DC}$
㉣ $\overline{BE}=\overline{FD}$
㉤ $\angle AEB=\angle DFC$
㉥ $\angle ABE=\angle FDC$

[배점 4, 중중]

① 2 개　② 3 개　③ 4 개
④ 5 개　⑤ 6 개

> 해설
>
> 사각형 BEDF 는 평행사변형이고,
> $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ 이므로 ㉠~㉥ 모두 옳다.

18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle EDC = 25°$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이때,$\angle ACD$ 의 크기는?

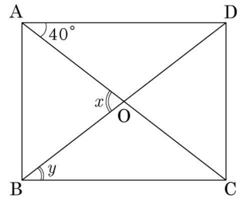


[배점 4, 중중]

① 40° ② 45° ③ 50°
④ 55° ⑤ 60°

> 해설
>
> 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
> $\angle EDC = \angle(C)DE = 25°$ 이므로
> $\angle ADC = 90° - (25° \times 2) = 40°$ 이다.
> $\triangle ACD$ 에서 $\angle ACD = 90° - 40° = 50°$ 이다.

19. 다음 직사각형 ABCD 에서 $5\angle x - 2\angle y$ 의 크기를 구하면?



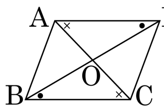
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 320°

> 해설
>
> $\triangle OAD$ 는 이등변 삼각형이므로 $\angle x = 40° + 40° = 80°$ 이다. $\triangle OAD \equiv \triangle OBC$ 이므로 $\angle y = 40°$ 이다.
> 따라서 $5\angle x - 2\angle y = 5 \times 80° - 2 \times 40° = 320°$ 이다.

20. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$ ㉠
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

[배점 4, 중중]

① □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

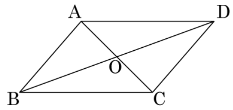
④ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{AD}$, $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

21. 다음 평행사변형 ABCD에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle A=90^\circ$이면 □ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB}=\overline{BC}$이면 □ABCD는 마름모이다.

③ $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 □ABCD는 직사각형이다.

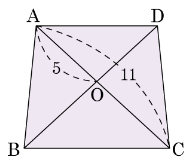
④ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle A=90^\circ$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 □ABCD는 정사각형이다.

해설

④ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$는 평행사변형의 성질이고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$는 마름모의 성질이므로 □ABCD는 마름모이다.

22. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

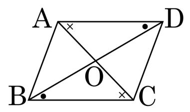
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OC}=\overline{AC}-\overline{AO}=6$이다.

23. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$

[배점 5, 중상]

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

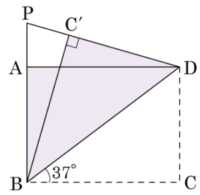
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

24. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 대각선BD를 접선으로 하여 점 C가 점 C′에 오도록 접었다. $\overline{AB}$ 와$\overline{DC'}$의 연장선과의 교점을 P라 하고 $\angle DBC = 37°$ 일 때, $\triangle PBD$는 어떤 삼각형 인가?



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

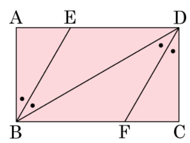
$\angle CBD = \angle C'BD = 37°$

$\angle C'DB = 180° - (90° + 37°) = 53°$

$\angle ABD = 90° - 37° = 53°$

따라서 $\triangle PBD$는 두 밑각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

25. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$는 각각 $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이다. $\overline{BE} = \overline{BF}$일 때, $\angle BED$의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

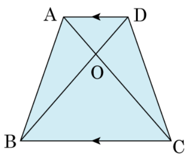
▶ 답 :

▷ 정답 : 120 °

해설

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각)
$\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle EBD = \angle DBF = 30°$
$\angle BED = 180° - 60° = 120°$

26. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 상하]

① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ $\triangle ABD = \triangle DCA$

④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고 밑변 $\overline{AD}$는 공통이므로
$\triangle ABD = \triangle DCA$