

실력 확인 문제

1. 공책 36 권, 볼펜 108 개, 지우개 54 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 나누어 주는 지우개의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

학생 수는 36, 108, 54 의 최대공약수 18 명이고,
나누어 주는 지우개의 개수는
 $54 \div 18 = 3$ (개)

2. $8 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4 \times \frac{1}{10}$ 을 십진법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① 803.4 ② 834 ③ 8034
④ 830.4 ⑤ 800.34

해설

$$8 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4 \times \frac{1}{10} = 830.4$$

3. 다음 수를 작은 것부터 차례대로 나열하여라.

- ㉠ $10111_{(2)}$ ㉡ 22
㉢ $1001_{(2)}$ ㉣ 3^3

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 10111_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23 \\ \text{㉡ } 22 & \\ \text{㉢ } 1001_{(2)} &= 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 8 + 1 = 9 \\ \text{㉣ } 3^3 &= 27 \end{aligned}$$

4. $100100_{(2)}$ 에서 앞의 1 은 뒤의 1 의 몇 배인가?

[배점 3, 중하]

- ① 2 배 ② 4 배 ③ 6 배
④ 8 배 ⑤ 10 배

해설

$$\begin{aligned} 100100_{(2)} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 \\ \frac{2^5}{2^2} &= 2^{5-2} = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

5. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다. 수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 18 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 108} \quad 72 \quad 36 \\ 12 \quad 8 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 12} \quad 8 \quad 4 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (명)

공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

6. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가? [배점 3, 중하]

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24} \quad 60 \quad 52 \\ 6 \quad 15 \quad 13 \end{array}$$

∴ 4다발

7. $2^4 < a < 2^5$ 인 자연수 a 를 이진법의 수로 나타내면 몇 자리의 수가 되는가? [배점 4, 중중]

- ① 두 자리의 수 ② 세 자리의 수
③ 네 자리의 수 ④ 다섯 자리의 수
⑤ 알 수 없다

해설

$$10000_{(2)} < a < 100000_{(2)}$$

∴ 다섯 자리의 수

8. 6 으로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남고, 9 로 나누면 8 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

- ① 901 ② 941 ③ 959
④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (6, 8, 9 \text{ 의 공배수}) - 1$ 인 수이다.

6, 8, 9 의 최소공배수는 72 이다.

세 자리 자연수 중 가장 큰 72 의 배수는 936 이다.

∴ $n = 936 - 1 = 935$

9. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g 인 저울추가 한 개씩 있을 때, 그 중에서 1g, 4g, 32g 짜리 추만 사용하였다. 이 물건의 무게를 이진법으로 나타내어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 100101₍₂₎

해설

$$1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 100101_{(2)}$$

10. 공책 21 권, 지우개 38 개, 연필 56 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권이 부족하고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 부족했다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수는 $21 + 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $56 + 4 = 60$ 의 최대공약수이다.

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$ 따라서 12 명이다.

11. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 120cm, 1800 개 ② 120cm, 3000 개
 ③ 200cm, 3600 개 ④ 240cm, 3600 개
 ⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.

한 모서리의 길이는 240cm 이고,

필요한 벽돌의 개수는

$$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600 \text{ (개) 이다.}$$

12. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는 54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2 \times 3^2 = 18$$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

13. 두 개의 숫자가 보이지 않는 이진법의 수

$10\boxed{}11_{(2)}$ 을 4 로 나누었을 때의 나머지를 십진법의 수로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$10\boxed{}11_{(2)} = 10ab11_{(2)}$ 라 하면
 $10ab11_{(2)} = 1 \times 2^5 + a \times 2^3 + b \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
 $1 \times 2^5, a \times 2^3, b \times 2^2$ 는 4 의 배수이므로 4 로 나누어 떨어진다.
따라서 4 로 나눈 나머지는 $1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$ 이다.

14. [그림 A]는 ① $101_{(2)}$ 과 ② $1001_{(2)}$ 를 나타내는 그림이다. [그림 B]에 어떤 상품을 A와 같이 상품정보를 표시하였을 때 상품명, 제조일, 제조일, A + B + C의 값을 구하여라.

[그림 A] ① $101_{(2)}$ ② $1001_{(2)}$

[그림 B]

1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
상품명				제조일				제조일			

<상품 코드>
4. 공책 5. 지우개 6. 연필
7. 볼펜 11. 수첩 13. 앨범

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 42

해설

상품명: $A = 111_{(2)} = 2^2 + 2 + 1 = 7$
제조일: $B = 1011_{(2)} = 2^3 + 2 + 1 = 11$
제조일: $C = 11000_{(2)} = 2^4 + 2^3 = 16 + 8 = 24$
 $\therefore A + B + C = 7 + 11 + 24 = 42$

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 11_{(2)} < x < 1101_{(2)} \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 알맞게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$11_{(2)} = 3, 1101_{(2)} = 13$ 이므로 3과 13 사이의 홀수를 구하면
5, 7, 9, 11 4개이다.

16. 두 자리의 오진수 $xy_{(5)}$ 와 두 자리의 칠진수 $yx_{(7)}$ 의 합을 십진수로 나타냈을 때 40 이다. 이것을 만족하는 $xy_{(5)}$ 를 십진수로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

$xy_{(5)} = 5 \times x + y, yx_{(7)} = 7 \times y + x$
 $\rightarrow 6x + 8y = 40$
 $\rightarrow 3x + 4y = 20$
 x, y 는 항상 1 보다 크고 5 보다 작으므로 위 조건을 만족시키려면 $x = 2, y = 4$ 이어야 한다.
 $\therefore 24_{(5)} = 2 \times 5 + 1 \times 4 = 14$

17. 가로 길이가 15, 세로 길이가 21, 높이가 6인 상자를 $x\text{cm}$ 인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가? [배점 5, 상하]

- ① 40개 ② 50개 ③ 60개
 ④ 70개 ⑤ 80개

해설

15, 21, 6의 최대공약수를 구하면 3이다.
 따라서 필요한 벽돌의 개수는
 $(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70(\text{개})$ 이다.

18. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 38개

해설

88, 96, 120의 최대공약수는 8이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.
 $\therefore$ (필요한 말뚝의 수)
 $= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$
 $= 11 + 12 + 15$
 $= 38(\text{개})$

19. 이진수 중에서 1을 세 번 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면,
 $111_{(2)}, 1011_{(2)}, 1101_{(2)}, 1110_{(2)}, 10011_{(2)}, 10101_{(2)}, 10110_{(2)} \dots$
 이 된다.

이때, 55번째 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 208

해설

$111_{(2)}, 1011_{(2)}, 1101_{(2)}, 1110_{(2)}, 10011_{(2)}, 10101_{(2)}, 10110_{(2)} \dots$ 에서 볼 수 있듯이,
 1을 3번만 사용한 세 자리 수 이진수: 1개,
 1을 3번만 사용한 네 자리 수 이진수: 3개,
 1을 3번만 사용한 다섯 자리 수 이진수: 6개,
 1을 3번만 사용한 여섯 자리 수 이진수: 10개,
 1을 3번만 사용한 일곱 자리 수 이진수: 15개,
 1을 3번만 사용한 여덟 자리 수 이진수: 21개이므로,
 55번째 나오는 이진수는 1을 3번만 사용한 여덟 자리 수 이진수 중 두 번째로 큰 수이다.
 $\therefore 11010000_{(2)} = 208$

20. 43을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3이 된다. 또, 49를 n 으로 나누면 나머지가 1이 되고 74를 n 으로 나누면 2가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 4

▶ 정답: 8

해설

43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3

$\rightarrow n$ 은 40 의 약수이다. ($3 < n$)

49 를 n 으로 나누면 나머지가 1

$\rightarrow n$ 은 48 의 약수이다.

74 를 n 으로 나누면 2

$\rightarrow n$ 은 72 의 약수이다.

위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$