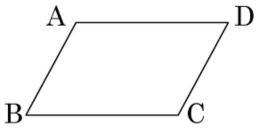
단원 종합 평가

1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $8:7$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면? [배점 2, 하중]

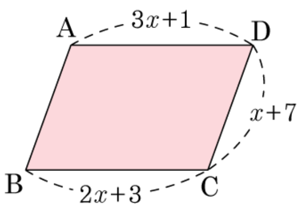


① $100°$ ② $96°$ ③ $92°$
④ $84°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle C = \angle A$ 이므로
$\angle A = 180° \times \dfrac{8}{15} = 96°$
$\therefore \angle C = 96°$

2. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 3x+1$, $\overline{BC} = 2x+3$, $\overline{CD} = x+7$일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

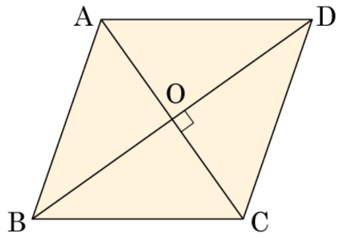
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
$3x+1 = 2x+3$, $x = 2$
$\overline{AB} = \overline{DC} = x+7 = 2+7 = 9$

3. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] $\square$ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\square$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle$ABO 와 $\triangle$ADO 에서 $\overline{AB} = \square$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통
$\overline{OB} = \square$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\square$ 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = \square$ 이다.
$\therefore$ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$
㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ $45°$
㉦ $180°$	㉧ $90°$

[배점 2, 하중]

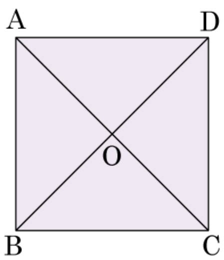
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:

▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉢
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉧

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (SSS 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이다.
$\therefore \overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



[배점 3, 하상]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$ ④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
또는 대각선이 서로 수직이등분하는 것이므로 $\angle AOD = \angle AOB$ 이다.

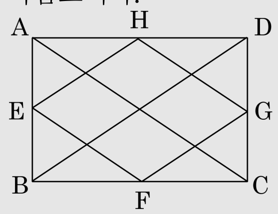
5. 다음 중 직사각형의 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 사각형으로 가장 적당한 것은?

[배점 3, 하상]

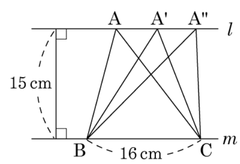
① 등변사다리꼴 ② 평행사변형
③ 직사각형 ④ 마름모
⑤ 정사각형

해설

다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 대각선 AC 를 그으면 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 한편, 대각선 BD 를 그으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$
따라서, □EFGH 는 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.



6. 다음 그림에서 $l \,//\, m$ 이다. l 과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{BC} = 16$cm 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$ 의 넓이의 비는?



[배점 3, 하상]

① 1 : 1 : 1 ② 1 : 2 : 1 ③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2 ⑤ 2 : 3 : 1

해설

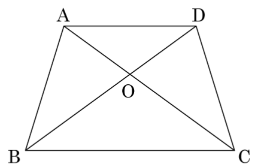
세 변의 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC\ :\ \triangle A'BC\ :\ \triangle A''BC =\ 1:1:1$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=1:2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, □ABCD 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① 148　② 150　③ 162

④ 175　⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1:2$ 이므로

$18 : \triangle COD = 1:2 \quad \therefore \triangle COD = 36$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

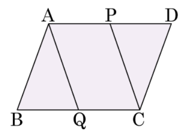
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1:2$ 이므로

$36 : \triangle COB = 1:2 \quad \therefore \triangle COB = 72$

$\therefore$ □ABCD $= 18+36+36+72 = 162$

8. $\overline{AD} = 80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 4cm/s 의 속도로 점 A 에서 점 D 로 움직이고, 점 Q 는 6cm/s 의 속도로 점 C 에서 점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 5 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되는지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 초

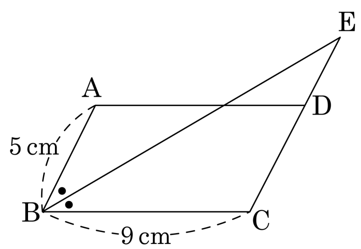
해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$4x = 6(x-5)$

$4x = 6x - 30,\ 2x = 30 \quad \therefore x = 15$(초)

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

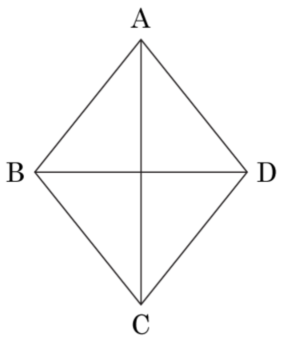
▶ 답 :

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BC} = \overline{CE} = 9\,\text{cm},\quad \overline{CD} = 5\,\text{cm}$
$\therefore \overline{DE} = 9 - 5 = 4(\,\text{cm})$

10. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

11. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

12. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

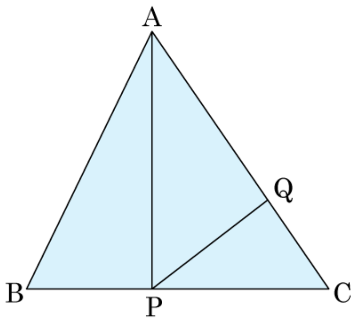
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

13. 다음 그림에서 $\overline{BP}:\overline{PC}=2:3$, $\overline{CQ}:\overline{QA}=1:2$ 이다. $\triangle ABC=20\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

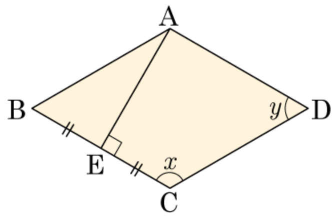
▶ 답 :

▷ 정답 : 8 cm^2

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로
$\triangle ABP=20\times\frac{2}{5}=8(\text{cm}^2)$
$\triangle APC=20\times\frac{3}{5}=12(\text{cm}^2)$
$\triangle PCQ$ 와 $\triangle APQ$ 의 높이는 같다.
$\triangle PCQ=12\times\frac{1}{3}=4(\text{cm}^2)$
$\triangle APQ=12\times\frac{2}{3}=8(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{AE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이고, $\angle C=x$, $\angle D=y$ 일 때, $x-y$ 의 값은?



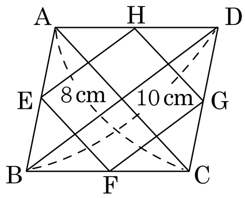
[배점 4, 중중]

① 40° ② 50° ③ 60°
④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle x+\angle y=180°$ 이고, $\angle ABC=y$ 이고, $\overline{AC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이다. $\triangle AEB\equiv\triangle AEC$ 이므로 $\angle ABC=\angle ACE=y$ 이므로 $x=2y$ 이다. 따라서 $3y=180°, y=60°$ 이고 $x=2\times60°=120°, x-y=120°-60°=60°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

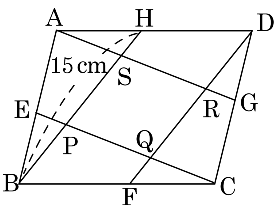
해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 + 5 + 4 + 5 = 18\,(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 E, F, G, H 는 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점이다. $\overline{BH} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{QF}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 2cm ② 3cm ③ 4cm

④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{HS} = x\,\text{cm}$ 로 두면 $\triangle ARD$ 와 $\triangle CPB$ 에 대하여

$\overline{AD} = \overline{CB}$ (평행사변형의 대변)

$\angle BCE = \angle GEC = \angle EGA = \angle DAG$ (엇각)

$\angle CBP = \angle ADR$ (평행사변형 □HDFB 에서의 대각)

$\triangle ARD \equiv \triangle CPB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{RD} = \overline{PB}$

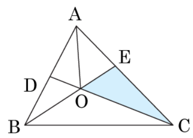
삼각형의 중선연결정리에 의해 $\overline{DR} = \overline{HS} = 2x = \overline{PB}$

또한 $\triangle BSA$ 에서도 중점연결정리에 의해 $\overline{BP} = \overline{PS} = 2x$

따라서 $\overline{BP} + \overline{PS} + \overline{SH} = 5x = 15 \therefore\ x = 3$

$\therefore \overline{QF} = \overline{HS} = 3(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$ 이다. $\triangle EOC$ 의 넓이가 8cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 28cm^2

④ 32cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle EOC$ 와 $\triangle COB$ 에서 높이는 같고 밑변은 2 : 3 이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \frac{2}{2+3} = 8(\text{cm}^2)$

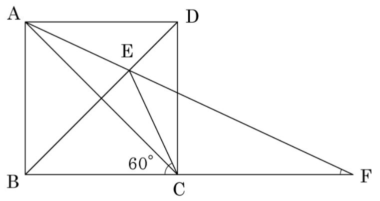
$\therefore \triangle CBE = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle BCE$ 에서 높이는 같고 밑변은 3 : 4 이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \frac{4}{3+4} = 20(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 35\text{cm}^2$

18. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 대각선 $\overline{BD}$ 위에 한 점 E 를 잡고, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하면 $\angle BCE = 60°$ 일 때, $\angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

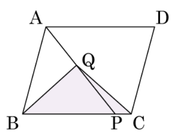
▶ 답 :

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCE$(SAS 합동)
따라서 $\angle BCE = \angle BAE = 60°$ 이므로,
$\angle EAD = 30°$, $\overline{AD} // \overline{BF}$ 이므로,
$\angle EAD = \angle AFB = 30°$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 7$, $\square ABCD = 72\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle QBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $21\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{QD}$, $\overline{PD}$ 를 그으면

$\triangle AQD = \frac{5}{12}\triangle APD$

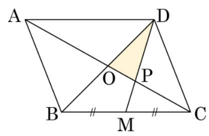
$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{5}{24}\square ABCD$

$= \frac{5}{24} \times 72 = 15(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle QBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\square ABCD - \triangle AQD = 36 - 15 = 21(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다. $\square ABCD = 96\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DOP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\,\text{cm}^2$

해설

점 P 는 $\triangle DBC$ 의 무게중심이므로
$\triangle DOP = \frac{1}{6}\triangle DBC = \frac{1}{12}\square ABCD$
$\therefore\ \triangle DOP = \frac{1}{12} \times 96 = 8(\text{cm}^2)$