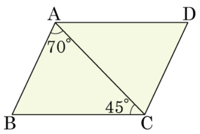
단원 종합 평가

1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle ACB = 45°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

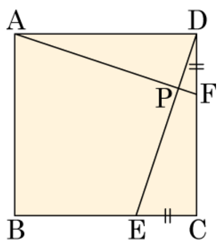
▷ 정답 : 65 °

해설

$\angle ABC = 180° - 70° - 45° = 65°$

$\therefore\ \angle ABC = \angle ADC = 65°$

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\overline{EC} = \overline{FD}$, □PECF $= 12\,\text{cm}^2$ 일 때, △APD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\,\text{cm}^2$

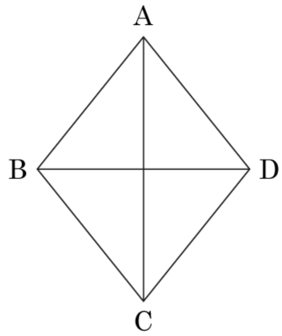
해설

△DEC ≡ △AFD (SAS 합동) 이므로

△DPF 는 공통

따라서 △APD = □PECF $= 12\ (\text{cm}^2)$

3. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

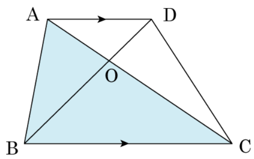
▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.

두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 2\overline{DO}$ 이다. $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

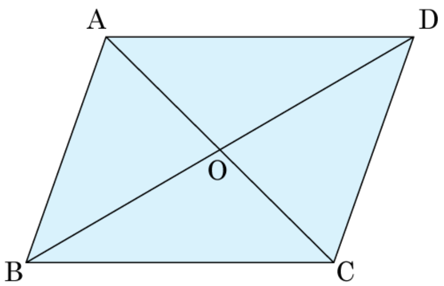
▶ 답 :

▷ 정답 : $36\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle DOC$ 와 $\triangle OBC$ 는 높이가 같음으로, $\triangle DOC : \triangle OBC = 1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle OBC$ 이다.
$\therefore \triangle OBC = 24\text{cm}^2$
$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABC = \triangle DBC$ 이고 $\triangle ABO = \triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다.
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC = 12 + 24 = 36\text{cm}^2$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 하자. $\triangle AOD = 18\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



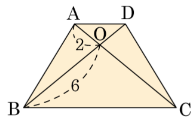
[배점 4, 중중]

① 36cm^2 ② 54cm^2 ③ 72cm^2
④ 90cm^2 ⑤ 108cm^2

해설

$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.
$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.
그러므로 평행사변형 ABCD 는 72cm^2 이다.

6. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 6$, $\overline{AO} = 2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



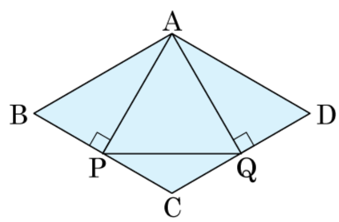
[배점 4, 중중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = 8$ 이다.

7. 마름모 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\angle PAQ = 60°$ 일 때, $\angle APQ = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

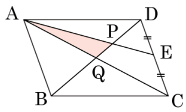
$\angle B = \angle D$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$,

$\angle APB = \angle AQD = 90°$

$\triangle APB \equiv \triangle AQD$ (RHA 합동)$\rightarrow$ $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle APQ = \dfrac{180° - 60°}{2} = 60°$ 이다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 E는 변 DC의 중점이고, $\overline{AP} : \overline{PE} = 5 : 3$이다. 평행사변형의 넓이는 320일 때, $\triangle APQ$의 넓이를 구하여라.

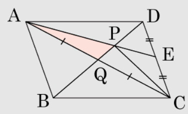


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설



$\triangle ACE = \dfrac{1}{2}\triangle ACD = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD = 80$

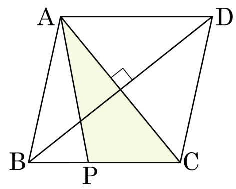
$\triangle APC : \triangle EPC = 5 : 3$이므로

$\triangle APC = \dfrac{5}{8}\triangle ACE = \dfrac{5}{8} \times 80 = 50$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle APQ = \dfrac{1}{2}\triangle APC = \dfrac{1}{2} \times 50 = 25$

9. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$ 이고, $\overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{BD} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle APC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $30\,\text{cm}^2$

해설

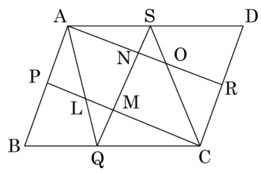
$\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2}\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 100 = 50(\text{cm}^2)$

$\triangle ABP :\ \triangle APC = \overline{BP} :\ \overline{PC} = 2 :\ 3$

$\therefore \triangle APC = \dfrac{3}{5} \times 50 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$\square ABCD, \square ABQS,\ \square SQCD,\ \square APCR$

$\square APMN,\ \square NMCR,\ \square AQCS,\ \square ALCO$

11. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

[배점 5, 중상]

① $S \subset R \subset P \subset H$ ② $S \subset Q \subset P \subset H$
③ $S \subset Q \subset V \subset H$ ④ $S \subset R \subset Q \subset H$
⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

12. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
㉡ 두 대각선의 길이가 같다.
㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

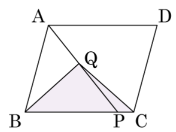
[배점 5, 중상]

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡
② 평행사변형 : ㉠, ㉢
③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣
④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 7$, $\square ABCD = 72 cm^2$ 일 때, $\triangle QBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $21\,cm^2$

해설

$\overline{QD}$, $\overline{PD}$ 를 그으면

$\triangle AQD = \dfrac{5}{12}\triangle APD$

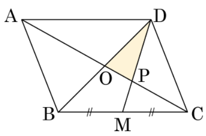
$= \dfrac{5}{12} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD$

$= \dfrac{5}{24}\square ABCD$

$= \dfrac{5}{24} \times 72 = 15(cm^2)$

따라서 $\triangle QBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\square ABCD - \triangle AQD = 36 - 15 = 21(cm^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다. $\square ABCD = 96cm^2$ 일 때, $\triangle DOP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\,cm^2$

해설

점 P 는 $\triangle DBC$ 의 무게중심이므로

$\triangle DOP = \dfrac{1}{6}\triangle DBC = \dfrac{1}{12}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle DOP = \dfrac{1}{12} \times 96 = 8(cm^2)$

15. 다음 사각형 중 각 변의 중점을 차례로 연결하여 만든 사각형이 마름모인것을 모두 고르면?

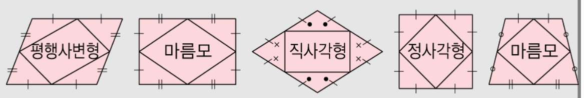
[배점 5, 상하]

① 평행사변형 ② 직사각형

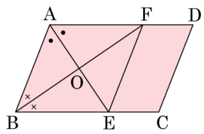
③ 마름모 ④ 정사각형

⑤ 등변사다리꼴

해설



16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}, \overline{BF}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. 이 때, $\square ABEF$ 는 어떤 사각형인가?



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$

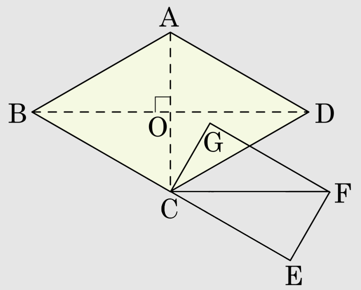
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

17. 넓이가 40 인 마름모 ABCD 의 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{CE}=\overline{BD}$ 인 점 E 를 잡고, $2\overline{CG}=\overline{AC}$ 가 되도록 직사각형 CEFG 를 그렸다. 이때 삼각형 CEF 의 넓이를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\angle COD=\angle CGF=90°$ 이고,

$\overline{GC}=\overline{OC}$, $\overline{GF}=\overline{OD}$ 이므로

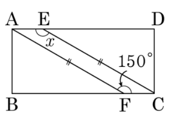
□CEFG 를 점 C 를 중심으로 회전하여 $\overline{GC}$ 와 $\overline{OC}$ 가 일치하도록 회전시키면

$\triangle OCD=\frac{1}{2}$□CEFG

□ABCD $=4\triangle OCD=2$□CEFG 이므로 $40=2$□CEFG, □CEFG $=20$

(삼각형의 넓이) $=10$

18. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF}=\overline{EC}$, $\angle AFC=150°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $150°$

해설

□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x=150°$이다.

19. 다음은 '이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.' 를 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉡에 알맞은 것을 적으면?

[가정] □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB}=\overline{BC}$
[결론] $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{DC}=\overline{AD}$
[증명] □ABCD가 평행사변형이므로
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=$ ㉠
㉡ 이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{DC}=\overline{AD}$
따라서 □ABCD는 마름모이다.

[배점 6, 상중]

① ㉠ : $\overline{CD}$, ㉡ : $\overline{AB}=\overline{AD}$

② ㉠ : $\overline{BC}$, ㉡ : $\overline{AB}=\overline{DC}$

③ ㉠ : $\overline{BC}$, ㉡ : $\overline{AB}=\overline{BC}$

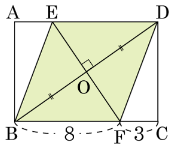
④ ㉠ : $\overline{CD}$, ㉡ : $\overline{AB}=\overline{BC}$

⑤ ㉠ : $\overline{BC}$, ㉡ : $\overline{AB}=\overline{AD}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 두 쌍의 대변이 길이가 각각 같으므로 $\overline{AD}=\overline{BC}$이고, 가정에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{DC}=\overline{AD}$이다.

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 일 때, □EBFD 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $32\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{EF} \perp \overline{BD}$ 이므로 □EBFD 는 마름모이다.
따라서 둘레는 $4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$ 이다.