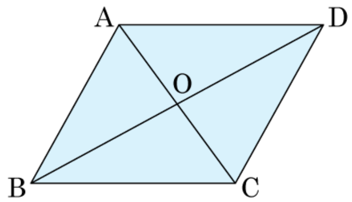
단원 종합 평가

1. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되는 조건인 것을 모두 골라라.



㉠ $\overline{AB}=\overline{BC}$

㉡ $\overline{AD}=\overline{CD}$

㉢ $\angle AOB=90°$

㉣ $\angle BAC=\angle DCA$

㉤ $\angle BAC=\angle BCA$

㉥ $\angle DAC=\angle BCA$

㉦ $\angle BAO=\angle DAO$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

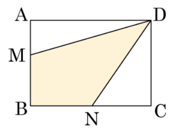
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 한다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle AOB=90°$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 N 은 $\overline{BC}$ 의 중점, 점 M은 $\overline{AB}$ 의 중점이고, $\overline{AM}$: $\overline{MB}=2:3$ 이다. $\square ABCD=60\text{cm}^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

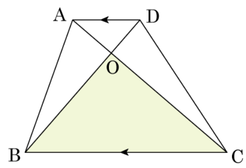
▶ 답 :

▷ 정답 : $33\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle DMB=\frac{3}{5}\triangle ABD=\frac{3}{10}\square ABCD$$
$$\triangle DBN=\frac{1}{2}\triangle DBC=\frac{1}{4}\square ABCD$$
$$\begin{aligned}\square MBND&=\triangle DMB+\triangle DBN\\&=\frac{11}{20}\square ABCD\\&=\frac{11}{20}\times 60=33(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AO}:\overline{CO}=1:3$ 이고 $\triangle AOB=6\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABO$, $\triangle OBC$ 는 높이가 같고 밑변이 다르다.
$\triangle ABO$: $\triangle OBC$ = 1 : 3 = 6cm^2 : $\triangle OBC$
$\therefore$ $\triangle OBC = 18\text{cm}^2$

4. 다음 조건 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은? [배점 4, 중중]

① $\angle A = 70°$, $\angle B = 110°$, $\angle C = 70°$

② $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{CD}$

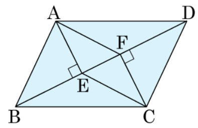
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ 두 대각선의 교점을 O 라고 할 때,
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같고 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



[배점 4, 중중]

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

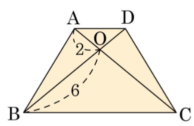
④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

6. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 6$, $\overline{AO} = 2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = 8$ 이다.

7. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

> **보기**
>
> 사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
> 평행사변형, 직사각형, 마름모,
> 정사각형

[배점 4, 중중]

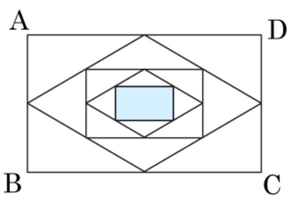
① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

8. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

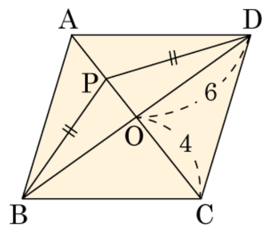
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$

$\therefore\ x = 160$

9. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로

$\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)

$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고

$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,

$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)

따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.

따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

10. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형이 올바르게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

[배점 5, 중상]

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

11. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

[배점 5, 중상]

① $S \subset R \subset P \subset H$

② $S \subset Q \subset P \subset H$

③ $S \subset Q \subset V \subset H$

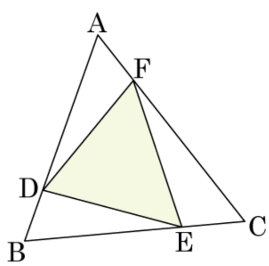
④ $S \subset R \subset Q \subset H$

⑤ $P \cup H = H$

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

12. 다음 △ABC 에서 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{CF}} : \overline{\mathrm{FA}} = 3 : 1$ 이다. $\triangle\mathrm{ADF} = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △DEF 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $14\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{3}{4}\triangle ABF$

$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\triangle ABC$

$= \frac{3}{16}\triangle ABC$

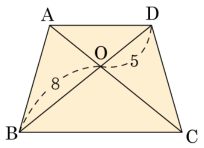
$\triangle ABC = \frac{16}{3}\triangle ADF = \frac{16}{3} \times 6 = 32\ (\text{cm}^2)$

마찬가지로 $\triangle DBE = \frac{3}{16}\triangle ABC$,

$\triangle FEC = \frac{3}{16}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF = \frac{7}{16}\triangle ABC = \frac{7}{16} \times 32 = 14\ (\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 □ABCD는 등변사다리꼴이다. $\overline{OD} = 5$, $\overline{OB} = 8$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



[배점 5, 상하]

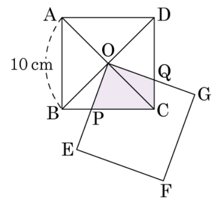
① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BO} + \overline{DO} = \overline{BD} = \overline{AC}$이다.

$\therefore\ \overline{AC} = 13$

14. 다음 그림에서 □ABCD 와 □OEFG 는 합동인 정사각형이다.$\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, □OPCQ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $25\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle OBP$ 와 $\triangle OCQ$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$

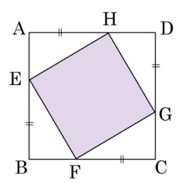
$\angle BOP = 90° - \angle POC = \angle COQ$

$\angle OBP = \angle OCQ = 45°$

$\triangle OBP \equiv \triangle OCQ$ (ASA 합동)

$\therefore$ □OPCQ $= \triangle OBC = \frac{1}{4}$□ABCD $= \frac{1}{4} \times 10 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}$가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H를 잡을 때, □EFGH는 어떤 사각형인지 말하여라.



[배점 5, 상하]

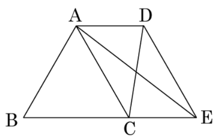
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

$\square$ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AE} = \overline{HD} = \overline{BF} = \overline{CG}$이고, $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{HG}$이다. $\angle AEH = \angle BFE$, $\angle AHE = \angle BEF$이므로 $\angle HEF = 90°$이다. 따라서 $\square$EFGH는 정사각형이다.

16. 다음 그림에서 $\square$ABCD의 넓이는 20cm^2이고, $\triangle$ACE의 넓이는 8cm^2이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $\triangle$ABC의 넓이는?



[배점 5, 상하]

① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

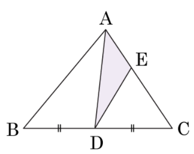
해설

$\triangle ACE = \triangle ADE = \triangle ADC = \triangle CED$이고

$\triangle ABC = \square ABCD - \triangle ACD$이므로

$\triangle ABC = 20 - 8 = 12(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$이고 $\triangle AED = 4\text{cm}^2$일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



[배점 5, 상하]

① 12cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 28cm^2

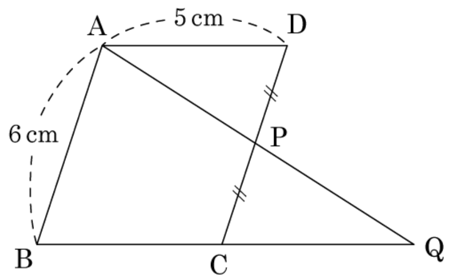
해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$, $\triangle AED = 4$ 이므로 $\triangle CDE = 8$, $\triangle ADC = 4 + 8 = 12$

$\overline{BD} = \overline{CD}$이므로 $\triangle ADC = \triangle ADB$

$\therefore\ \triangle ABC = 2\triangle ADC = 24(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 Q 라고 할 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle$APD와 $\triangle$QPC 에서 $\overline{DP} = \overline{CP}$

$\angle APD = \angle QPC$ (맞꼭지각)

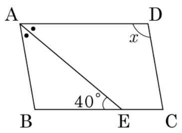
$\angle ADP = \angle QCP$ (엇각)

$\therefore\ \triangle APD \equiv \triangle QPC$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{CQ} = \overline{AD} = 5$ (cm)

$\overline{BQ} = \overline{BC} + \overline{CQ} = 5 + 5 = 10$ (cm)

19. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\angle$A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 한다. 이때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

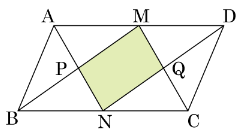
▷ 정답 : 100°

해설

$\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\bullet = 40°$ 이다.

$\therefore\ \angle x = \angle \mathrm{B} = 180° - 80° = 100°$

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

□ABNM 과 □MNCD 는 합동인 마름모이다.
마름모와 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분 하므로
□MPNQ 은 직사각형이다.