

단원 형성 평가

1. $\tan A = \frac{4}{3}$ 일 때, $\sin A - \cos A$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

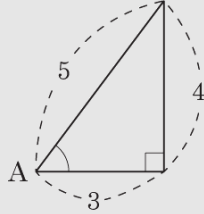
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{5}$

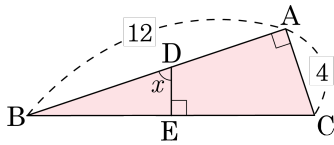
해설

$$\tan A = \frac{4}{3} \text{ 이면}$$

$$\therefore \sin A - \cos A = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$



2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x \times \cos x \times \tan x$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{10}$

해설

$\triangle DBE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle C = x$$

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

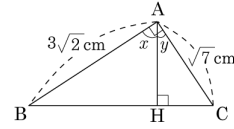
$$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{12}{4\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{4\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\therefore \sin x \times \cos x \times \tan x = \frac{9}{10}$$

3. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고,
 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{AC} = \sqrt{7}\text{cm}$,
 $\angle BAH = x$, $\angle CAH = y$ 일 때, $3\sin^2 x - 2\sin^2 y$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

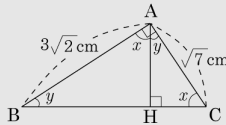
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8}{5}$

해설

$$x + y = 90^\circ$$

$$\therefore \angle B = y, \angle C = x$$



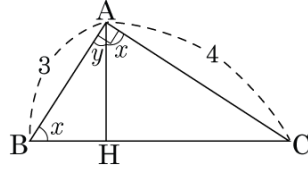
$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \sin x = \frac{3\sqrt{2}}{5}, \sin y = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$3\sin^2 x - 2\sin^2 y = \frac{54}{25} - \frac{14}{25} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

4. 다음 보기 중 $\tan x$ 와 같은 값을 갖는 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

- | | | |
|---|-----------------|---|
| ㉠ $\frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}$ | ㉡ $\frac{4}{3}$ | ㉢ $\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ |
| ㉣ $\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$ | ㉤ $\frac{4}{5}$ | ㉥ $\frac{\overline{AH}}{\overline{BC}}$ |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

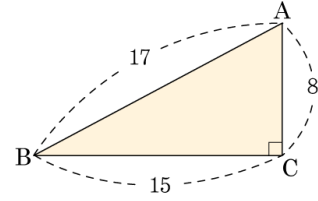
$x + y = 90^\circ$ 이므로 $\angle x + \angle C = 90^\circ$ 가 되고, 따라서 $\angle C = y$

$\triangle BCA \sim \triangle BAH \sim \triangle ACH$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$$

따라서 $\tan x$ 와 같은 것은 $\frac{4}{3}, \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}, \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 옳지 않은 것은 ?



[배점 4, 중중]

① $\sin A = \frac{15}{17}$

② $\tan A = \frac{15}{8}$

③ $\sin A + \cos A = \frac{23}{17}$

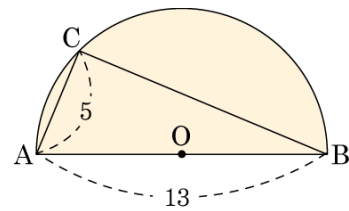
④ $\sin B = \frac{8}{15}$

⑤ $\tan B = \frac{8}{15}$

해설

④ $\sin B = \frac{8}{17}$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 가 지름인 반원 O에서 $\sin A$ 의 값을 구하면?



[배점 4, 중중]

① $\frac{12}{13}$

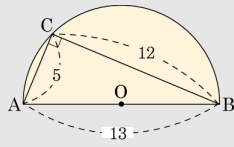
② $\frac{13}{12}$

③ $\frac{5}{13}$

④ $\frac{13}{5}$

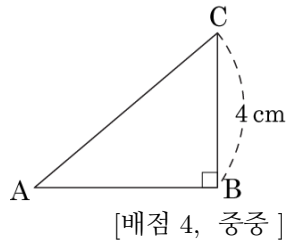
⑤ $\frac{5}{12}$

해설



지름에 대한 원주각은 90° 이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.
 따라서 $\sin A = \frac{12}{13}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{2}{3}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 4cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $2\sqrt{5}$ cm ② $4\sqrt{5}$ cm ③ $2\sqrt{7}$ cm
 ④ 3 cm ⑤ $4\sqrt{3}$ cm

해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $4 = \overline{AC} \times \frac{2}{3}$ 이다.
 $\Rightarrow \overline{AC} = 6$ cm

따라서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm 이다.

8. $\tan A = 3$ 일 때, $\frac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A}$ 의 값을 구하면?
 [배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

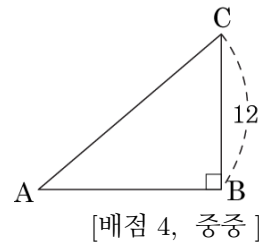
$\tan A = 3$ 이면 $\frac{\sin A}{\cos A} = 3$ 이다.

따라서 $\sin A = 3 \cos A$ 이다.

따라서

$\frac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A} = \frac{3 \cos^2 A + 3 \cos A}{\cos^2 A + \cos A} = 3$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 12cm 일 때, $\overline{AC} - \overline{AB}$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

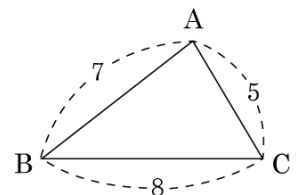
$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{AC} \times \sin A = \overline{BC}$ 이다.

$\Rightarrow \overline{AC} \times \frac{4}{5} = 12$, $\overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 $\overline{AC} - \overline{AB} = 15 - 9 = 6$ 이다.

10. 다음 삼각형을 보고, $\frac{\sin C}{\sin A}$ 의 값을 구하여라.



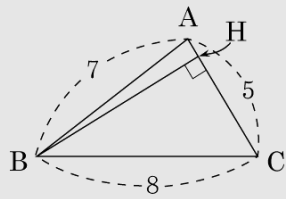
[배점 5, 중상]

▶ 답:

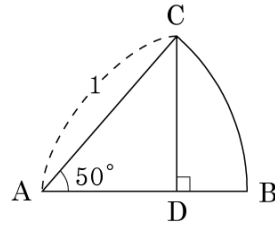
▶ 정답: $\frac{7}{8}$

해설

점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\sin A = \frac{\overline{BH}}{7}$, $\sin C = \frac{\overline{BH}}{8}$
 $\therefore \frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\overline{BH}}{8} \div \frac{\overline{BH}}{7} = \frac{7}{8} \times \frac{7}{\overline{BH}} = \frac{7}{8}$



11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 부채꼴에서 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{DB}$ 의 길이를 옳게 나타낸 것은?



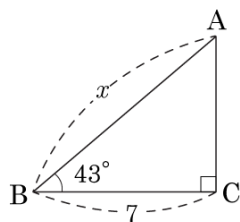
[배점 5, 중상]

- ① $\cos 50^\circ$ ② $1 - \cos 50^\circ$
 ③ $1 - \tan 50^\circ$ ④ $\tan 50^\circ$
 ⑤ $\sin 50^\circ + \cos 50^\circ$

해설

$$\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = 1 - \cos 50^\circ$$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 를 x 라 할 때, x 값으로 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



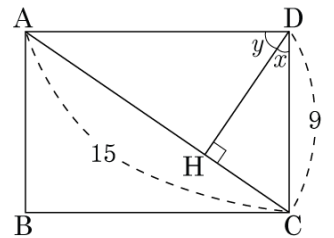
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{7}{\cos 43^\circ}$ ② $7 \cos 43^\circ$ ③ $7 \sin 43^\circ$
 ④ $\frac{7}{\sin 43^\circ}$ ⑤ $\frac{7}{\sin 47^\circ}$

해설

$\cos B = \cos 43^\circ = \frac{7}{x}$
 따라서 $x = \frac{7}{\cos 43^\circ}$ 이다.
 $\angle A = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ$ 이므로
 $\sin A = \sin 47^\circ = \frac{7}{x}$
 따라서 $x = \frac{7}{\sin 47^\circ}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\cos x$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\cos x = \frac{4}{5}$

해설

$x + y = 90^\circ$, $\angle DAC + y = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = x$ 이다.

이 때, $\overline{AD} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ 이므로
 $\cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ 이다.

14. $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

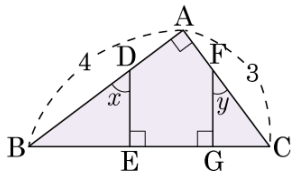
해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin A = 4 \cos A$ 이다.

양변을 $5 \cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$, $\overline{FG} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle C$ 이므로 $\sin x = \sin C = \frac{4}{5}$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle GFC$ 에서 $\angle C$ 는 공통,

$\angle BAC = \angle FGC = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle GFC$ (AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle B$ 이므로 $\cos y = \cos B = \frac{4}{5}$ 이다.

$$\therefore \sin x - \cos y = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$$

16. 다음 그림과

같이 모서리의 길이가 6 인

정사면체의 한 꼭짓점 O

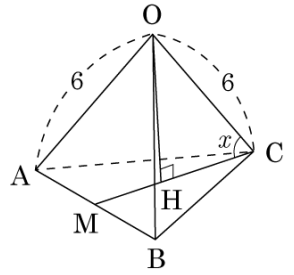
에서 밑면에 내린 수선의

발을 H 라 하고, $\overline{AB}$

의 중점을 M 이라 하자.

$\angle OCH = x$ 라 할 때,

$\tan x$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\overline{CM} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

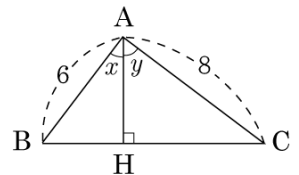
$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

17. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$,

$\angle BAC = 90^\circ$ 일 때,

$\cos x + \sin y$ 의 값을 구

하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{5}$

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

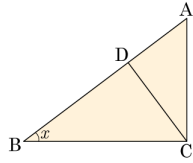
$$\angle ABH = y, \angle ACH = x$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \sin y = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos x + \sin y = \frac{8}{5}$$

18. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\angle B = x$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



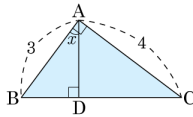
[배점 5, 상하]

- ① $\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$
 ③ $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$ ④ $\sin x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$
 ⑤ $\cos x = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

해설

$$\textcircled{3} \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$$

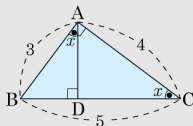
19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\sin x$ 의 값은?



[배점 5, 상하]

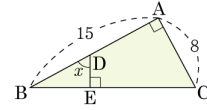
- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설



$\angle x = \angle C$, $\overline{BC} = 5$ 이므로 $\sin x = \frac{3}{5}$ 이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값은?

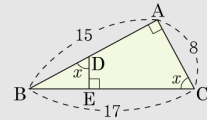


[배점 5, 상하]

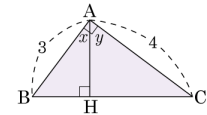
- ① $\frac{7}{17}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{15}{17}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

해설

$\triangle BED \sim \triangle BAC$ 이므로 $\angle x = \angle C$
 또한 $\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.
 따라서 $\sin x = \sin C = \frac{15}{17}$ 이다.



21. 다음 그림에서 $\sin x + \cos y$ 의 값은?

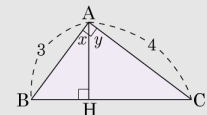


[배점 5, 상하]

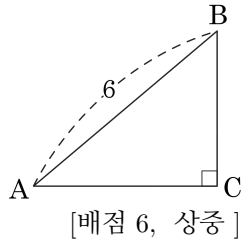
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$\overline{BC} = 5$ 이므로 $\overline{AH} \times 5 = 12$
 $\therefore \overline{AH} = \frac{12}{5}$
 $\therefore \cos y = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{3}{5}$
 $\sin x + \cos y = \sin(90^\circ - y) + \cos y$
 $= 2 \cos y = \frac{6}{5}$



22. $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A$, $\tan A$ 의 값을 각각 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

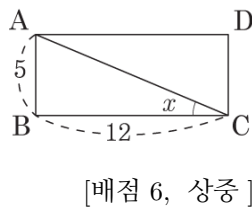


- ① $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = 1$
 ② $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 2$
 ③ $\cos A = 2\sqrt{3}$, $\tan A = 1$
 ④ $\cos A = 3\sqrt{3}$, $\tan A = \frac{1}{2}$
 ⑤ $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 1$

해설

$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $BC = AB \times \sin A = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ 이다.
 피타고라스 정리에 의해 $AC = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 1$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle ACB = x$ 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{17}{13}$

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$\therefore \sin x + \cos x = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$

24. $\tan A = 4$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값을 구하여라.
 (단, $0^\circ < A < 90^\circ$) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{15}{17}$

해설

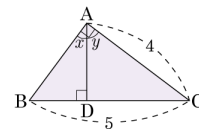
$\tan A = \frac{4}{1}$ 이므로

$$\sin^2 A - \cos^2 A$$

$$= \left(\frac{4}{\sqrt{17}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{17}} \right)^2$$

$$= \frac{16}{17} - \frac{1}{17} = \frac{15}{17}$$

25. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때, $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



[배점 6, 상중]

- ① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \sim \triangle DAB \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$\angle x = \angle C, \angle y = \angle B$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4}, \tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan x + \tan y = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$$

$$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \frac{25}{12} = 25$$