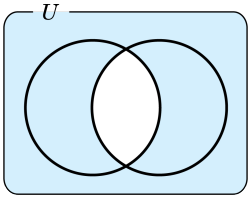
실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U)=20$, $n(A)=15$, $n(A-B)=7$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 2, 하하]

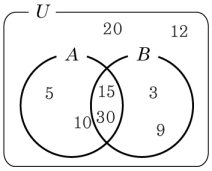
▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은
$(A\cap B)^c = U-(A\cap B)$ 이다.
$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$ 이므로
$n(A\cap B)=15-7=8$ 이다.
따라서 $n(U)-n(A\cap B)=20-8=12$ 이다.

2. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 2, 하하]

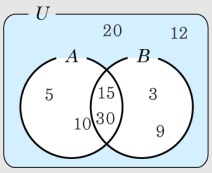
① $n(U)=8$ ② $n(A-B)=2$

③ $n(B-A)=2$ ④ $n((A\cup B)^c)=3$

⑤ $n(A^c)=4$

해설

④ $(A\cup B)^c$ 을 색칠하면 다음 부분과 같다.



$\therefore\ n((A\cup B)^c)=2$

3. 어느 반의 시간표에서 화요일에 들어있는 과목은 모두 6과목, 금요일에 들어있는 과목은 모두 5과목, 화요일이나 금요일에 들어있는 과목이 9과목이다. 이 반의 화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목은 몇 과목인지 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2과목

해설

화요일에 들어있는 과목의 집합을 A, 금요일에 들어있는 과목의 집합을 B 라고 하자. 화요일이나 금요일에 들어있는 과목의 집합은 $A\cup B$ 이고, $n(A\cup B)=9$이다.
화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목의 집합은 $A\cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A\cap B) &= n(A)+n(B)-n(A\cup B)\\ &= 6+5-9\\ &= 2(\text{과목}) \end{aligned}$$

따라서 화요일 금요일 공통으로 들어있는 과목은 2과목이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음의 관계를 만족할 때, 집합 B 로 가능한 것은?

A	B	$A \cup B$
$\{a, e\}$		$\{a, e, i, o, u\}$

[배점 2, 하중]

① $\{i, o\}$ ② $\{i, o, u\}$ ③ $\{a, e, i\}$

④ $\{a, i, u\}$ ⑤ $\{a, o, u\}$

해설

$A = \{a, e\}, A \cup B = \{a, e, i, o, u\}$ 이므로 $\{i, o, u\} \subset B \subset \{a, e, i, o, u\}$ 이다.

5. 다음 글을 읽고, 밑줄 친 부분을 수학적 표현을 사용하여 나타낼 때, 틀린 곳을 구하여라.

엄마 : 오늘 오는 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?
성실 : 초등학교 친구 6명과 중학교 친구 8명이요. $n(A)=6$ $n(B)=8$
이 말을 들은 엄마는 14명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.
(그 날 저녁)
친구들 : 안녕하세요.
엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 11명이니? 안 온 사람 있니? ㉠ $n(A \cup B)=11$
성실 : 아니요, 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.
엄마 : 그럼, 초등학교와 중학교가 모두 같은 친구는 3명, ㉡ $n(A \cap B)=3$ 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 3명이지? ㉢ $n(B-A)=3$
성실 : 예, 맞아요.

[배점 2, 하중]

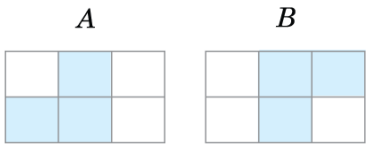
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

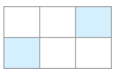
해설

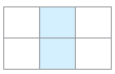
초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구들의 집합은 $A - B$ 이므로
$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 6 - 3 = 3$ (명) 이다.
따라서 ㄷ의 수학적인 표현은 $n(A - B) = 3$ 이다.

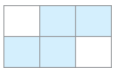
6. 두 집합 A, B가 그림과 같을 때, $A \cup B$를 나타낸 것으로 옳은 것은?

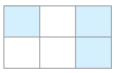


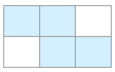
[배점 2, 하중]

① 

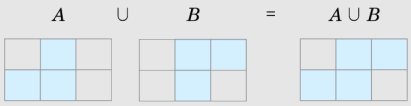
② 

③ 

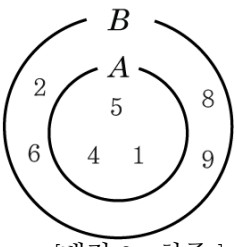
④ 

⑤ 

해설



7. 다음 벤 다이어그램을 보고 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



[배점 2, 하중]

① $B \subset A$

② $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9\}$

③ $A \cup B = B$

④ $B - A = \varnothing$

⑤ $A - B = \varnothing$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A - B = \varnothing$ 이다.

8. 집합 A 에 대하여 □안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.

(1) $A \cup \varnothing = \square$

(2) $A \cap A = \square$

(3) $A \cup A = \square$ [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: A

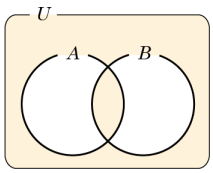
해설

(1) $\varnothing$ 은 집합 A에 포함되므로 $A \cup \varnothing = A$ 이다.

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cup A = A$

9. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



[배점 3, 하상]

① $U - ((A - B) \cup (B - A))$

② $(B - A)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $U - (A \cup B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ① $U - ((A - B) \cup (B - A))$, ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ a - 1\}$,$B = \{2,\ 3,\ a,\ b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2,\ 5\}$ 일 때 a , b 의 값은?

[배점 3, 하상]

① $a = 2,\ b = 1$ ② $a = 3,\ b = 2$

③ $a = 4,\ b = 3$ ④ $a = 5,\ b = 4$

⑤ $a = 6,\ b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a - 1 = 5$, $a = 6$

$5 \in B$ 이므로 $b = 5$

11. A 중학교 1 학년 6 반 학생은 모두 40 명이다. 수학을 좋아하는 학생은 26 명, 사회를 좋아하는 학생은 18 명, 수학 또는 사회를 좋아하는 학생은 36 명이다. 수학만 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 하상]

① 6 명 ② 7 명 ③ 10 명

④ 14 명 ⑤ 18 명

해설

전체 학생의 집합을 U , 수학을 좋아하는 학생의 집합을 A , 사회를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라 하자.

$n(U)=40, n(A)=26, n(B)=18, n(A\cup B)=36$ 이다.

$n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)=36-18=18$ 이다.

12. 어느 중학교 1 학년 1 반 학생들을 대상으로 과학의 날 행사 참여도를 조사 해보니 상상화 그리기에 참여한 학생이 18 명, 독후감 쓰기에 참여한 학생이 20 명이었다. 독후감도 쓰고 상상화도 그린 학생은 3 명, 독후감과 상상화 중 어느 것에도 참여하지 않은 학생이 5 명이었다면 이 반 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40 명

해설

전체집합을 U , 상상화 그리기에 참여한 학생의 집합을 A, 독후감 쓰기에 참여한 학생의 집합을 B 라 하면

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=18+20-3=35, n((A\cup B)^c)=5$ 이다.

따라서 $n(U)=35+5=40$ 이다.

13. 혜진이네 반에서 독서동아리에 가입한 학생은 10 명, 댄스동아리에 가입한 학생은 13 명, 댄스동아리만 가입한 학생은 8 명이다. 독서동아리와 댄스동아리를 모두 가입한 학생 수와 독서동아리나 댄스동아리에 가입한 학생 수를 각각 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

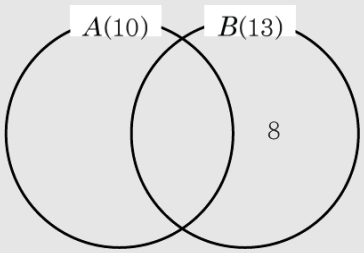
▶ 답 :

▷ 정답 : 모두 가입한 학생 수 5 명

▷ 정답 : 하나 가입한 학생 수 18 명

해설

독서동아리에 가입한 학생들의 모임을 A, 댄스동아리에 가입한 학생들의 모임을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



(독서동아리와 댄스동아리를 모두 가입한 학생 수)

$= n(A\cap B) = n(B) - 8 = 13 - 8 = 5$ (명)

(독서동아리나 댄스동아리에 가입한 학생 수)

$= n(A\cup B)$

$= n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

$= 10 + 13 - 5 = 18$(명)

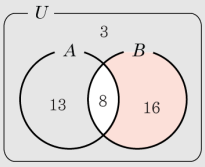
14. 우리 반 학생 40 명 중에서 백일장에서 글을 쓴 학생은 21 명, 그림을 그린 학생은 24 명, 글도 쓰고 그림도 그린 학생은 8 명이다. 이때, 그림만 그린 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 명

해설

전체학생을 U, 글을 쓴 학생을 A, 그림을 그린 학생을 B라 할때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 그림만 그린 학생 수는 16 명 이다.

15. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, (a, b) 를 구하면?

$A \cap B = \{1, 5\}$
$A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$
$A = \{1, a+2, 6\}$
$B = \{1, b-2, b+1\}$

[배점 3, 중하]

① $(3, 4)$ ② $(3, 5)$ ③ $(3, 7)$
④ $(4, 4)$ ⑤ $(4, 7)$

해설

$A \cap B = \{1, 5\}$ 이므로 $\{1, 5\} \subset \{1, a+2, 6\}$ 이다.
$a+2 = 5, a = 3$ 이므로 $A = \{1, 5, 6\}$ 이다.
또 $\{1, 5\} \subset \{1, b-2, b+1\}$ 이므로 $b-2 = 5$ 또는 $b+1 = 5$ 이다.
i) $b = 7$ 인 경우, $B = \{1, 5, 8\}$
ii) $b = 4$ 인 경우, $B = \{1, 2, 5\}$
두 경우 중 $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 경우는 i) 이므로 $b = 7$ 이다.
따라서 $(a, b) = (3, 7)$ 이다.

16. 38 명의 학생 중에서 축구를 좋아하는 학생이 27 명, 농구를 좋아하는 학생이 19 명이다. 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생이 16 명 일 때, 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11 명

해설

학생 전체를 전체집합 U , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 A , 농구를 좋아하는 학생들의 집합을 집합 B 라 하면, 두 가지 운동을 모두 좋아하는 학생들의 모임은 $A \cap B$ 이고, 축구만 좋아하는 학생들의 모임은 $A - B$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 27 - 16 = 11$

17. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

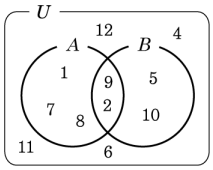
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.
$\therefore a+3 = 7, a = 4$
$8 \in B \quad \therefore b = 8$
$\therefore a + b = 4 + 8 = 12$

18. 다음 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

① $A^C = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$

② $B^C = \{1, 4, 6, 7, 8, 11, 12\}$

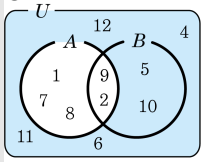
③ $(A \cap B)^C = \{1, 3, 5, 7, 8, 10\}$

④ $A \cup (A \cup B)^C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12\}$

⑤ $A \cap B^C = \{1, 7, 8\}$

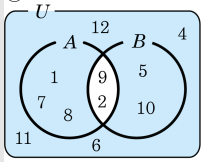
해설

①



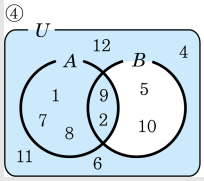
$A^c = \{4, 5, 6, 10, 11, 12\}$

③



$(A \cap B)^c = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12\}$

④



$A \cup (A \cup B)^c = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\}$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

19. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

$n(U) = 40, n(A) = 26, n(B) = 23$
$n(A \cup B) = 40 - 3 = 37$
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로
$37 = 26 + 23 - n(A \cap B)$ 이다.
따라서 $n(A \cap B) = 12$ 이다.

20. $U = \{x | x$는 5 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $\{(A - B) \cup A\} \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1, 4\}$

④ $\{2, 5\}$ ⑤ $\{1, 4, 5\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A - B = \{1, 4\}$ 이므로
$\{(A - B) \cup A\} \cap B^c = \{\{1, 4\} \cup A\} - B = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4\}$ 이다.