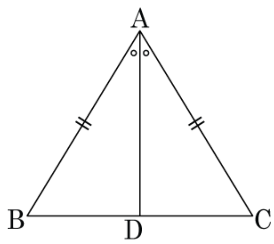
확인학습 생성

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



[배점 2, 하중]

① $\overline{BC} = \overline{AD}$

② $\overline{AD} = \overline{AC}$

③ $\angle B = \angle BAD$

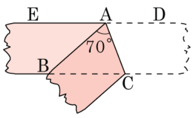
④ $\angle ADB = 90°$

⑤ $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)

2. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle BAC = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 와 크기가 같은 각은?



[배점 2, 하중]

① $\angle ABC$ ② $\angle ACB$ ③ $\angle EAC$

④ $\angle BAD$ ⑤ $\angle EAD$

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC = 70°$ 이다.
$\angle DAC = \angle ACB$ (엇각)이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이다.

3. 다음은 명제 '이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.'를 증명하는 과정이다. (가),(나),(다) 안에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것을 고르면?

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$
[결론] $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{BC} \perp \overline{AD}$
[증명] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
㉠ $\overline{AB} = \overline{AC}$, ((가))
㉡ $\overline{AD}$ 는 공통
㉠, ㉡에서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ((나) 합동)
따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이다.
그런데 $\angle ADB + \angle ADC = 180°$ 이므로 ((다)) 이다.
$\therefore$ $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

[배점 3, 하상]

① $\angle BAD = \angle CAD$, SAS, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

② $\angle BAD = \angle CAD$, SAS, $\overline{AB} = \overline{AC}$

③ $\angle ABC = \angle ACB$, ASA, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

④ $\angle ABC = \angle ACB$, SAS, $\overline{DC} = \overline{BD}$

⑤ $\angle ADB = \angle ADC$, ASA, $\overline{DC} = \overline{BD}$

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$
[결론] $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{BC} \perp \overline{AD}$
[증명] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
㉠ $\overline{AB} = \overline{AC}$, ($\angle BAD = \angle CAD$)
㉡ $\overline{AD}$ 는 공통
㉠, ㉡에서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ((SAS) 합동)
따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이다.
그런데 $\angle ADB + \angle ADC = 180°$ 이므로 ($\overline{AD} \perp \overline{BC}$) 이다.
$\therefore$ $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

4. 다음 증명 과정은 어느 것을 증명하는 것인지 골라라.

> [가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$
> [결론] $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{BC} \perp \overline{AD}$
> [증명] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
> ① $\overline{AB} = \overline{AC}$
> ② $\angle BAD = \angle CAD$
> ③ $\overline{AD}$ 는 공통
> ①,②,③에서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
> 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이다.
> 그런데 $\angle ADB + \angle ADC = 180°$ 이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이다.
> 따라서 $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$

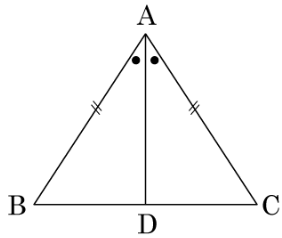
[배점 3, 하상]

① 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
② 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.
③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
④ 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.
⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$
[결론] $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{BC} \perp \overline{AD}$
[증명] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
① $\overline{AB} = \overline{AC}$
② $\angle BAD = \angle CAD$
③ $\overline{AD}$ 는 공통
①,②,③에서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이다.
따라서 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

5. 다음 그림의 '$\triangle ABC$ 에서 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.' 를 증명하려고 한다. 다음 중에서 이용되지 <u>않는</u> 것은?



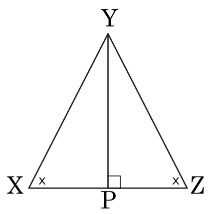
[배점 3, 하상]

① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\angle BAD = \angle CAD$
③ $\overline{AB} = \overline{AC}$
④ $\overline{AD}$ 는 공통
⑤ ASA 합동

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 밑변 BC 와의 교점을 D 라고 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
㉠ $\overline{AB} = \overline{AC}$ (가정) (⋯③)
㉡ $\angle BAD = \angle CAD$ (⋯②)
㉢ $\overline{AD}$ 는 공통 (⋯④)
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$(SAS합동)
따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ (⋯①)
$\angle ADB + \angle ADC = 180°$, $\angle ADB = \angle ADC$ 이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

6. 다음은 「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다.



[가정] $\triangle XYZ$ 에서 $\angle X = \angle Z$

[결론] $\overline{XY} = \overline{YZ}$

[증명] $\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면

$\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서

① $\angle XYP = \angle ZYP$

② $\boxed{\text{(가)}}$(가정)

③ $\overline{YP}$ 는 공통

①,②,③에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 $\boxed{\text{(나)}}$ 합동이므로 $\boxed{\text{(다)}}$

$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

(가),(나),(다) 에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

[배점 3, 하상]

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$

⑤ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

[가정] $\triangle XYZ$ 에서 $\angle X = \angle Z$

[결론] $\overline{XY} = \overline{YZ}$

[증명] $\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서

① $\angle XYP = \angle ZYP$

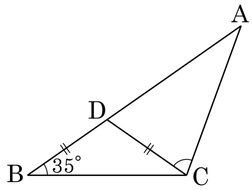
② (가)$\angle X = \angle Z$ (가정)

③ $\overline{YP}$ 는 공통

①,②,③ 에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나)ASA 합동이므로 (다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$

$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 65° ② 75° ③ 85°

④ 95° ⑤ 105°

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle CAB = 35^\circ$

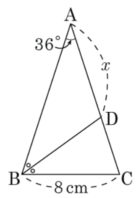
$\angle BCA = 180^\circ - 2 \times 35^\circ = 110^\circ$

또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = 35^\circ$

$\therefore \angle ACD = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.

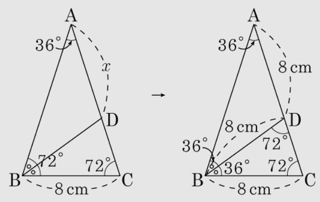


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

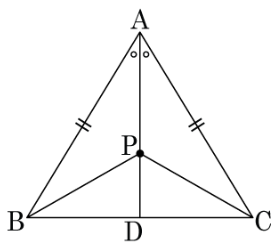
▷ 정답 : $8\,\text{cm}$

해설



$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.
$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P에 대하여 다음 중 옳은 것은?



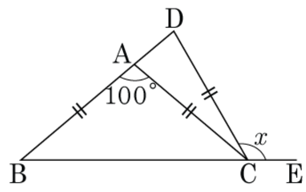
[배점 3, 중하]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BC}$
③ $\overline{BP} = \overline{BD}$
④ $\overline{AP} = \overline{BP}$
⑤ $\triangle PDB \equiv \triangle PDC$

해설

⑤ $\overline{PD}$ 는 공통, $\angle PDB = \angle PDC = 90°$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 SAS합동이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BAC = 100°$ 일 때, $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

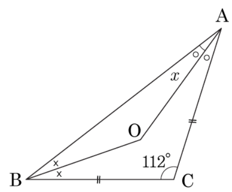
▶ 답 :

▷ 정답 : 120°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 100°) = 40°$ 이다.
$\overline{AC} = \overline{DC}$ 이므로
$\angle D = \angle CAD = 180° - 100° = 80°$ 이다.
따라서 $\angle DCE = \angle B + \angle D = 40° + 80° = 120°$

11. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112°$ 일 때, x 의 값은?



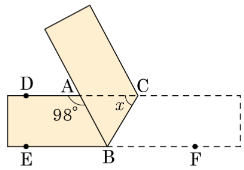
[배점 3, 중하]

① 15°
② 16°
③ 17°
④ 18°
⑤ 19°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$
그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$
따라서 $4 \times x = 180° - 112° = 68°$
$\therefore x = 17°$

12. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접을 때, $\angle x$의 크기는?

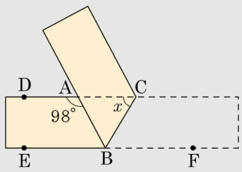


[배점 3, 중하]

① 45° ② 46° ③ 47°

④ 48° ⑤ 49°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle FBC$이고

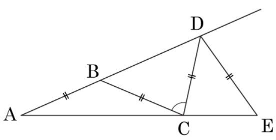
$\angle CBF = \angle BCA = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle ABC = \angle x$

$\angle DAB = \angle ABF = 98°$

$\therefore\ \angle x = \dfrac{98°}{2} = 59°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 90° ② 100° ③ 110°

④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle A = a$ 라고 하면

$\angle CBD = \angle CDB = a + a = 2a$

$\angle DCE = a + \angle ADC = a + 2a = 3a$

$\angle CDE = 180° - 2 \times 3a = 180° - 6a$

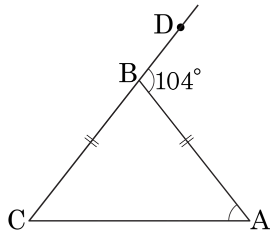
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40° = a + 40°$ 이므로

$a + 40° = 180° - 6a$

$\therefore a = 20°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 2 \times 2a = 180° - 4a = 100°$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 46° ② 48° ③ 50°

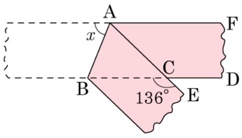
④ 52° ⑤ 55°

해설

$2 \times \angle BAC = 104°$

$\therefore \angle x = 52°$

15. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{BCE} = 136°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $68°$

해설

$\angle \mathrm{BAC} = \angle x$ (종이 접은 각)

$\angle \mathrm{ABC} = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ABC} = \angle x$

따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이다.

$\angle \mathrm{ACB} = 180° - 136° = 44°$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}(180° - 44°) = 68°$