

실력 확인 문제

1. 다음 중 세 변의 길이의 비가 예각삼각형인 것은?
[배점 2, 하하]

- ① $2:3:4$ ② $4:7:9$
③ $5:7:2\sqrt{3}$ ④ $6:2\sqrt{3}:5$
⑤ $2\sqrt{2}:2\sqrt{2}:5$

해설

④ $6^2 = 36$, $(2\sqrt{3})^2 + 5^2 = 37$, $36 < 37$ 따라서 예각삼각형.

2. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 모두 골라라.

- ㉠ $1, \sqrt{3}, 2$ ㉡ $5, 12, 13$
㉢ $3, 4, 5$ ㉣ $2, 4, 2\sqrt{5}$
㉤ $2, \sqrt{6}, 3$ ㉥ $2, 3, 5$

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $1, \sqrt{3}, 2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$
㉡ $5, 12, 13 \Rightarrow 13^2 = 5^2 + 12^2$
㉢ $3, 4, 5 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + 4^2$
㉣ $2, 4, 2\sqrt{5} \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = 2^2 + 4^2$
㉤ $2, \sqrt{6}, 3 \Rightarrow 3^2 < 2^2 + (\sqrt{6})^2$
㉥ $2, 3, 5 \Rightarrow 2^2 + 3^2 < 5^2$

3. x 가 2보다 큰 수일 때, 삼각형의 세 변의 길이가 $6, x+3, x+5$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하하]

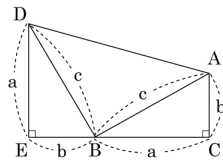
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+5$ 가 빗변의 길이이므로
 $(x+5)^2 = (x+3)^2 + 36$
 $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 6x + 45$
 $4x = 20, x = 5$

4. 다음은 피타고라스의 정리를 증명하는 과정을 차례로 써놓은 것이다. 빈 줄에 들어갈 말로 알맞은 것은?

- ㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.
 ㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90^\circ$ 인 이등변 삼각형이다.
 ㉢ _____
 ㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
 ㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$



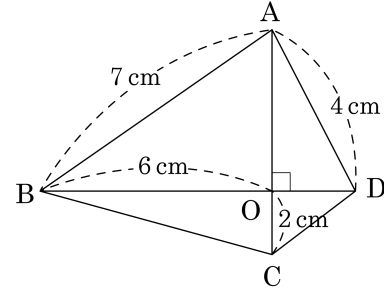
[배점 2, 하중]

- ① $\square DECA = \triangle DEB + \triangle DBA$
 ② $\square DECA = \triangle ABC + \triangle DBA$
 ③ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC$
 ④ $\square DEBA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$
 ⑤ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

해설

- ㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.
 ㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90^\circ$ 인 이등변 삼각형이다.
 ㉢ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$
 ㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
 ㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$

5. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 점 O에서 직교하고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$$

$$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2, \overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$$

6. 각 변의 길이가 6, 8, x 인 직각삼각형이 있다. x 가 가장 긴 변이라고 할 때, 각 변의 길이의 합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 24

해설

$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

각 변은 6, 8, 10 이므로
 $6 + 8 + 10 = 24$ 가 된다.

7. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 직각삼각형이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

(1, $\sqrt{3}$, 2), (6, 8, 10), (3, 6, 9)
(5, 11, 13), (12, 7, 10), (4, 4, $4\sqrt{2}$)

[배점 2, 하중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

(3, 6, 9), (5, 11, 13), (12, 7, 10)

8. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 각각 써 넣어라.
직각삼각형의 빗변의 길이를 10, 다른 두 변의 길이를 각각 6, 8 이라 할 때, 다음이 성립한다.

$$\square^2 + \square^2 = \square^2$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

▶ 정답 : 8

▶ 정답 : 10

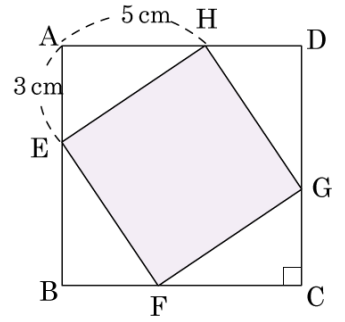
해설

[피타고라스 정리]

직각삼각형에서 직각을 끼고 있는 두 변의 길이를 각각 a, b 라고 하고 빗변의 길이를 c 라고 할 때,
 $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립한다.

- 9.

다음
그림과
같은
정사각형
ABCD
에서



$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3 \text{ cm}$,
 $\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = 5 \text{ cm}$ 일 때, $\square EFGH$ 의
넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 34

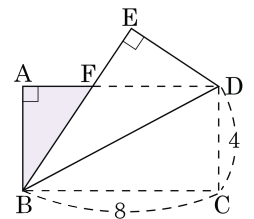
해설

$$\overline{EH} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$\square EFGH$ 는 정사각형이므로

$$\therefore \square EFGH = 34$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형
ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선
으로 하여 접었다. $\triangle ABF$ 의
넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① 5 cm^2 ② 6 cm^2 ③ 7 cm^2
④ 8 cm^2 ⑤ 9 cm^2

해설

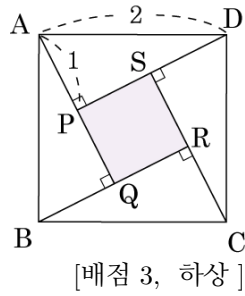
$\overline{AF} = x$ 라 하면 $\overline{FB} = \overline{FD} = 8 - x$ ($\because \triangle ABF \equiv \triangle EDF$)

따라서 $\triangle ABF$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$x = 3$$

넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 2인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS의 넓이는?

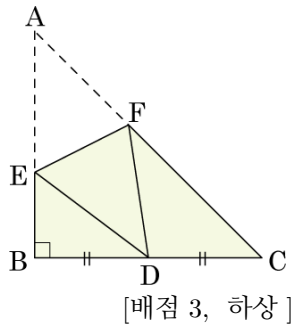


- ① $5 - 3\sqrt{2}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ $4 - 2\sqrt{3}$
④ $5 - \sqrt{3}$ ⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

□PQRS는 정사각형이므로
 $\overline{AQ} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3} - 1$
 $\therefore \square PQRS = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

12. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형을 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A가 $\overline{BC}$ 의 중점에 오게 접은 것이다. △EBD의 둘레의 길이를 구하여라.



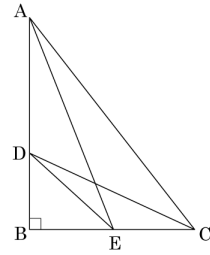
▶ 답:

▶ 정답: 12 cm

해설

△EBD의 둘레를 구하기 위해서 $\overline{ED} = x\text{cm}$ 라 두면 $\overline{ED} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 이고 $\overline{EB} = (8 - x)\text{cm}$ 이다. $\overline{BD} = 8 \div 2 = 4(\text{cm})$ 이고 △EBD는 직각삼각형이므로 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, $x = 5$ 이다. 따라서 △EBD의 둘레는 $5 + 3 + 4 = 12(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?



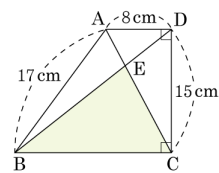
[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 15\text{cm}$ 일 때, △EBC의 넓이를 구하여라.

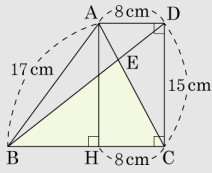


[배점 3, 중하]

▶ 답:

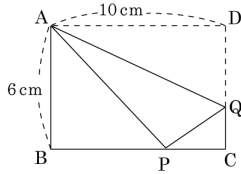
▶ 정답: 80cm^2

해설



$$\begin{aligned} \overline{AH} &= 15\text{cm} \\ \overline{BH} &= \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(\text{cm}) \\ \triangle EBC &\sim \triangle EDA (\because \text{AA달음}) \\ \overline{BE} : \overline{DE} &= \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1 \\ (\triangle EBC \text{의 넓이}) &= \frac{2}{3} \times (\triangle DBC \text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times \\ &\frac{1}{2} \times 16 \times 15 = 80(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 선분 AQ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었다. $\triangle ABP$ 와 $\triangle PCQ$ 가 직각삼각형이 되기 위한 $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

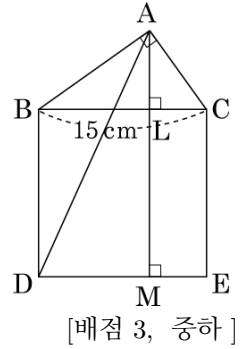
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{10}{3}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AP} = 10\text{cm} \text{ 이므로 삼각형 ABP 는 } 10^2 = 6^2 + \overline{BP}^2 \text{ 이 된다. } \overline{BP} = 8(\text{cm}) \\ \text{그러므로 } \overline{PC} &= 2\text{cm} \\ \overline{PQ} &= x \text{ 라 놓으면 } \overline{DQ} = x \text{ 가 되고, } \overline{CQ} = 6 - x \text{ 가 된다.} \\ \text{삼각형 QCP 는 } x^2 &= 2^2 + (6 - x)^2 \\ x &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

16. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그린 것이다. $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\triangle ABD = 50\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

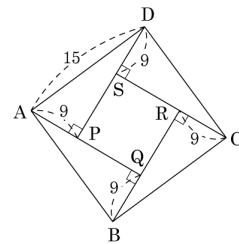
▶ 답 :

▶ 정답 : $5\sqrt{5}(\text{cm})$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABD &= \triangle LBD = 50(\text{cm}^2) \text{ 이므로 } \square BDML = 100(\text{cm}^2) \\ \text{따라서 } \square LMEC &= 15^2 - 100 = 125(\text{cm}^2) \\ \overline{AC}^2 &= 125 \\ \therefore \overline{AC} &= 5\sqrt{5}(\text{cm}) \end{aligned}$$

17. $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, $\square PQRS$ 의 넓이로 적절한 것은?



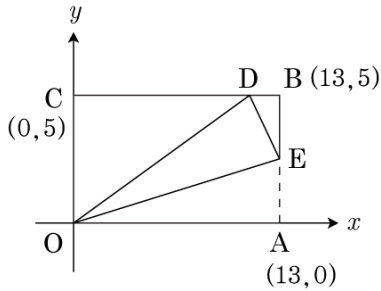
[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \overline{AQ} &= \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12 \\ \overline{PQ} &= 12 - 9 = 3 \\ \square PQRS &\text{ 는 정사각형이므로 넓이는 } 3 \times 3 = 9 \end{aligned}$$

18. 좌표평면 위의 직사각형 OABC 를 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 D 에 오도록 접었을 때, 점 E 의 좌표는?



[배점 4, 중중]

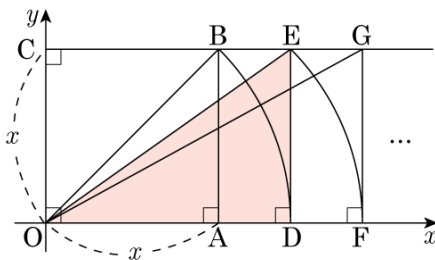
- ① (13,3) ② $\left(13, \frac{12}{5}\right)$ ③ (13,4)
④ (13,5) ⑤ $\left(13, \frac{13}{5}\right)$

해설

점 E 를 $(13, a)$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{DE} = a$, $\overline{BE} = 5 - a$ 이다. $\overline{OA} = \overline{OD} = 13$ 이고 $\overline{OC} = 5$ 이므로 $\overline{CD} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.

따라서 $\overline{DB} = 1$ 이므로 $\triangle BDE$ 에서 $1^2 + (5-a)^2 = a^2$ 이다. $a = \frac{13}{5}$ 이므로 점 E 는 $\left(13, \frac{13}{5}\right)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $\square OABC$ 는 정사각형이고 두 점 D, F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}$, $\overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\triangle ODE$ 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?



[배점 4, 중중]

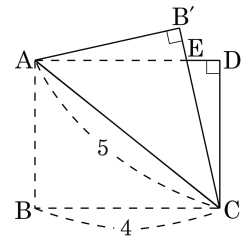
- ① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 4

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 두면 $\triangle ODE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times x\sqrt{2} \times x = \sqrt{2}, x^2 = 2, x = \sqrt{2}$ 이다. 따라서 점 D 의 x 좌표는 $x\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 이다.

20. 다음 그림은

직사각형 ABCD 를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. ($\triangle ACE$ 의 넓이) - ($\triangle CDE$ 의 넓이) 를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{CE} = 4 - x$ 이고 $\overline{CD} = 3$ 이므로 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$x = \frac{7}{8}, 4 - x = \frac{25}{8}$$

따라서 구하고자 하는 ($\triangle ACE$ 의 넓이) - ($\triangle CDE$ 의 넓이) = $\frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{25}{8} - \frac{7}{8}\right) = \frac{27}{8}$ 이다.