

실력 확인 문제

1. 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소 3을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?
[배점 2, 하하]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
③ $\{2, 5\}$ ④ $\{1, 2, 5\}$
⑤ $\{1, 2, 3, 5\}$

해설

원소 3을 제외한 $\{1, 5\}$ 의 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{1\}, \{5\}, \{1, 5\}$ 이고, 그것이 원소 3을 포함하지 않는 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합이다.

2. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?
[배점 2, 하하]

- ① n
② $2 \times n$
③ $n \times (n + 1)$
④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)
⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

3. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 2, 하하]

- ① 높은 산들의 모임
② 작은 사람들의 모임
③ 몸무게가 60kg 이하인 우리 학교 남학생의 모임
④ 우리나라에서 인구수가 가장 적은 도시의 모임
⑤ 우리 반 남학생 모임

해설

- ① ‘높은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
② ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ ‘60kg 이하’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ ‘가장’이라는 단어가 명확한 기준을 제시하므로 집합이다.
⑤ ‘우리 반 남학생’은 기준이 명확하므로 집합이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 2, 하하]

- ① $3 \in A$ ② $1 \notin B$
③ $\emptyset \in B$ ④ $\{1\} \in A$
⑤ $\{1, 2, 3, 6\} \subset B$

해설

- ② 1은 B 에 속하므로 $1 \in B$ 이다.
③ $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset B$ 이다.
④ $\{1\} \in A$ 에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$ 를 써야 한다.

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 2, 4\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

6. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 3개일 때, $n(A)$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $3 + 1 = 4$
개이며, $2^n = 4 \therefore n = 2$ 이다.

7. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, A 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $7 + 1 = 8$
개이므로, $2^n = 8 \therefore n = 3$ 이다.

8. 집합 A 의 부분집합의 개수가 4개일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2^n = 4 \therefore n = 2$

9. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{5\} \subset \{5, 9\}$ ② $2 \subset \{1, 3\}$
③ $4 \in \{1, 3, 5\}$ ④ $\emptyset \in \{3\}$
⑤ $0 \in \emptyset$

해설

집합 $\{5\}$ 는 집합 $\{5, 9\}$ 의 부분집합이다.

10. 다음 중 10 보다 작은 3 의 배수의 집합을
원소나열법으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 2, 하중]

- ① {1, 3, 6} ② {2, 3, 6}
 ③ {3, 6, 9} ④ {1, 2, 3, 6}
 ⑤ {3, 6, 9, 12}

해설

$$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9\}$$

11. ‘아름다운 대한민국’ 이라는 문장 속에서 자음의
집합을 A , 모음의 집합을 B 라고 할 때,
 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{ㅇ, ㄱ, ㅋ, ㆁ, ㄷ, ㅌ, ㅎ, ㄱ\}$ 이므로
 $n(A) = 7$
 $B = \{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅣ\}$ 이므로 $n(B) = 5$
 따라서 $n(A) - n(B) = 7 - 5 = 2$ 이다.

12. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
 ③ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\right\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2000\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{7, 14, 21, 28, \dots\} \rightarrow$ 무한집합
 ② $\{1, 2\} \rightarrow$ 유한집합
 ③ 무한집합
 ④ 유한집합
 ⑤ $\{5, 10, 15, 20, 25\} \rightarrow$ 유한집합

13. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
 ② 부산에 사는 중학생들의 모임
 ③ 예쁜 강아지들의 모임
 ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
 ⑤ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

해설

③에서 예쁜 강아지와 ④에서 영어를 잘하는 학생
은 그 기준이 명확하지 않다.

14. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.
 원소가 0개: $\emptyset$
 원소가 1개: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
 원소가 2개: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
 원소가 3개: $\{1, 2, 3\}$
 따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.
 ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

15. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$
 ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
 ③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ⑤ $\{1, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

16. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\},$$

$$B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고
 $B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$ 이므로
 $a + b = 4 + 7 = 11$ 이다.

17. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 그 원소의 개수가 1개인 것의 개수와 원소의 개수가 2개인 것의 개수의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

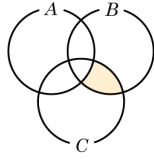
▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

$X = \{1, 2, 3\}$
 원소의 개수가 1개인 X 의 부분집합:
 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
 원소의 개수가 2개인 X 의 부분집합:
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
 따라서 $3 + 3 = 6$

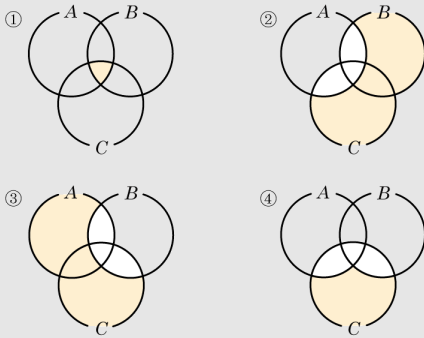
18. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B \cap C$ ② $(B \cup C) - A$
 ③ $(A \cup C) - B$ ④ $C - (A \cup B)$
 ⑤ $(B \cap C) - A$

해설



19. 두 집합 $A = \{3, a-4, 9\}$, $B = \{7, b+3, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 9\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

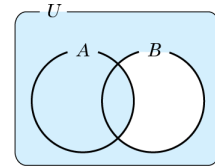
이므로

$$7 \in A \text{ 이므로 } a-4=7 \quad \therefore a=11$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b+3=9 \quad \therefore b=6$$

$$\therefore a-b=11-6=5$$

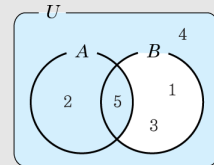
20. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
 ③ $\{2, 4, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 4\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{2, 4, 5\}$ 이다.

21. 두 집합 $A = \{3, 5, 7, a\}$, $B = \{7, 5, 9, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로

$$a=9, b=3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a-b=9-3=6$$

22. 다음 중 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| ㉠ $\emptyset$ | ㉡ $\{c\}$ |
| ㉢ $\{a, g\}$ | ㉣ $\{a, c, e\}$ |
| ㉤ $\{a, b, d, e\}$ | ㉥ $\{a, b, c, d, e\}$ |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

$\{a, b, c, d, e\}$ 의 진부분집합을 모두 구하면 $\{a, b, c, d, e\}$ 를 제외한 모든 부분집합이다.
 ㉢ $\{a, g\}$ 에서 원소 g 는 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 에 속하지 않으므로 진부분집합이 아니다.
 ㉤ $\{a, b, c, d, e\}$ 은 자기 자신이므로 진부분집합이 아니다.

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

24. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- | | | |
|-------------------|-----------------|-----------|
| ① $\{\emptyset\}$ | ② $\{3, 4, 5\}$ | ③ $\{3\}$ |
| ④ $\{\{7\}\}$ | ⑤ $\{3, 5, 7\}$ | |

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

25. $\{1, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)이다.