

실력 확인 문제

1. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 2, 하하]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하하]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
㉢ $(\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$$

㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$$A^2 - B^2$$

$$= \text{㉡ } (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$$

$$= \text{㉢ } (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$$

$$= \text{㉣ } -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$$

$$\text{㉤ } \therefore A < B$$

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$$

A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$$A^2 - B^2$$

$$= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$$

$$= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$$

$$= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$$

$$\therefore A > B$$

4. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하하]

① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$

② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$

④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$

⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$
 ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$
 ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$
 ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$
 ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$
 이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

5. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하하]

- ① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

6. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.
 $\sqrt{2} < x < \sqrt{17}$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3개

해설

제곱하면 $2 < x^2 < 17$ 이므로 성립하는 자연수 x 는 2, 3, 4 이다. 따라서 3개이다.

7. $\sqrt{x} < 3$ 인 자연수 x 는 몇 개인가?

[배점 2, 하중]

- ① 2개 ② 4개
 ③ 8개 ④ 10개

해설

$\sqrt{x} < \sqrt{9}$ 에서 $x < 9$

따라서 9 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 8 개이다.

8. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 10$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 0$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 0$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 12$

해설

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 3 - 5 + 2 = 0$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 2 - 3 - 5 = -6$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 3 + 4 - 5 = 2$

9. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 2, 하중]

- ① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

10. 다음 중 제곱근을 구할 수 있는 수를 모두 고르면?
[배점 2, 하중]

- ① 7 ② 3 ③ -25
④ -9 ⑤ -4

해설

(7의 제곱근) = $\pm\sqrt{7}$, (3의 제곱근) = $\pm\sqrt{3}$
제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

11. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{(-7)^2}$ ② $-(-\sqrt{3})^2$ ③ $\sqrt{20}$
④ 6 ⑤ $\sqrt{45}$

해설

- ① $7 = \sqrt{49}$
② -3
③ $\sqrt{20}$
④ $6 = \sqrt{36}$
⑤ $\sqrt{45}$

12. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

$\sqrt{0}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, 0.29, $\sqrt{19.6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{144}$

[배점 3, 하상]

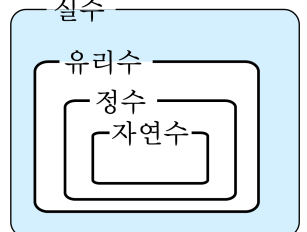
- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\sqrt{0} = 0$ (유리수)
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수(무리수)
 0.29 (유리수)
 $\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수(무리수)
 $\sqrt{8}$: 순환하지 않는 무한소수(무리수)
 $\sqrt{144} = 12$ (유리수)

13. 다음 보기 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 원소는?

실수



[배점 3, 하상]

- ① $(-\sqrt{0.3})^2$ ② $-\sqrt{1}$ ③ $\sqrt{3.9}$
④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$ ⑤ $\sqrt{6} - \sqrt{4}$

해설

① $(-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$ ② $-\sqrt{1} = -1$
 ③ $\sqrt{3.9} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ ④ $\frac{2}{7}$

14. 9의 제곱근과 25의 제곱근의 합의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -8

해설

9의 제곱근 : -3, 3

25의 제곱근 : -5, 5

$(-3) + (-5) = -8$

15. 제곱근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 0의 제곱근은 없다.
- ② -2는 -4의 음의 제곱근이다.
- ③ 7^2 과 $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 다르다.
- ④ 0을 제외한 모든 자연수의 제곱근은 2개이다.
- ⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

해설

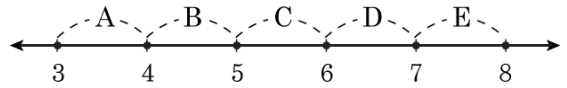
① 0의 제곱근은 0이다.

② -2는 4의 음의 제곱근이고, -4의 제곱근은 없다.

③ 7^2 의 음의 제곱근은 -7, $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 -7이므로 같다.

⑤ $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다

16. 다음 수직선에서 D 구간에 위치하는 무리수는?



[배점 3, 하상]

- ① $3\sqrt{5}$
- ② $2\sqrt{2}$
- ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{50}$

해설

D 구간의 범위 : $6 < x < 7$

$\therefore \sqrt{36} < x < \sqrt{49}$

① $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ 이므로 D 구간에 위치한다.

17. 다음에 주어진 두 수의 대소가 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$
- ② $2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$
- ③ $-\sqrt{8} < -3$
- ④ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.3}$
- ⑤ $-3\sqrt{2} > -2\sqrt{3}$

해설

① $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3)$
 $= -\sqrt{3} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} > 0$

③ $-\sqrt{8} > -\sqrt{9}$

$\therefore -\sqrt{8} > -3$

④ $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.3}$

⑤ $-3\sqrt{2} = -\sqrt{18}$, $-2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$

$\therefore -3\sqrt{2} < -2\sqrt{3}$

18. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나타낸 것은?

보기

$$2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

[배점 3, 하상]

- ① $0, 2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 ② $0, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$
 ③ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 ④ $2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$
 ⑤ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

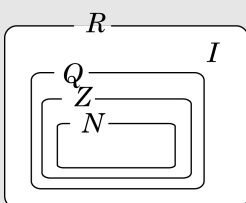
$2\sqrt{11} = \sqrt{44}, 3\sqrt{7} = \sqrt{63}, \sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$ 이므로
 $-\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 큰 수부터 차례대로 나타내면, $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

19. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, N :자연수, Z :정수, Q :유리수, I :무리수, R :실수)

[배점 3, 하상]

- ① $N \subset Z$ ② $Z \cup I = R$
 ③ $Q \cap I = \emptyset$ ④ $Q \subset R$
 ⑤ $I^C = Q$

해설



$$\textcircled{2} Z \cup I \neq R \Rightarrow Q \cup I = R$$

20. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

[배점 3, 중하]

- ① $a - 3$ ② $-2a - 3$ ③ $-2a + 1$
 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2} \\ &= -(a-2) - (a+1) \quad (\because a-2 < 0, a+1 > 0) \\ &= -a+2-a-1 \\ &= -2a+1 \end{aligned}$$

21. 집합 $A = \{x \mid 7 < \sqrt{10x} < 9, x \text{는 자연수}\}$ 에서 $n(A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} & 7 < \sqrt{10x} < 9, 49 < 10x < 81 \\ & \text{따라서 자연수 } x = 5, 6, 7, 8 \\ & n(A) = 4 \end{aligned}$$

22. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 집합으로 옳은 것을 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{\sqrt{21}, -\sqrt{7}, 0.\dot{5}\}$
 ② $A = \{\sqrt{121}, \sqrt{5}-1, \sqrt{21}\}$
 ③ $A = \{-\sqrt{6}, \sqrt{3+2}, -\sqrt{1}\}$
 ④ $A = \left\{-\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{0.36}, \frac{\sqrt{4}}{2}\right\}$
 ⑤ $A = \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{8.1}, \sqrt{4+3\sqrt{2}}\right\}$

해설

- ① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 은 유리수이다.
 ② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.
 ③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.
 ④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

23. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{11}-2 > -2+\sqrt{10}$
 ㉡ $\sqrt{20}-4 > 1$
 ㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17} > -\sqrt{17}+4$
 ㉣ $2-\sqrt{3} < \sqrt{5}-\sqrt{3}$
 ㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2} > -\sqrt{7}-1$
 ㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5} < -\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉡} \quad & \sqrt{20}-4-1 = \sqrt{20}-5 = \sqrt{20}-\sqrt{25} < 0 \\ \therefore \quad & \sqrt{20}-4 < 1 \\ \text{㉢} \quad & \sqrt{15}-\sqrt{17}-(-\sqrt{17}+4) = \sqrt{15}-4 \\ & = \sqrt{15}-\sqrt{16} < 0 \\ \therefore \quad & \sqrt{15}-\sqrt{17} < -\sqrt{17}+4 \\ \text{㉤} \quad & -\sqrt{7}-\sqrt{2}-(-\sqrt{7}-1) = -\sqrt{2}+1 \\ & = -\sqrt{2}+1 < 0 \\ \therefore \quad & -\sqrt{7}-\sqrt{2} < -\sqrt{7}-1 \\ \text{㉥} \quad & \frac{1}{2}-\sqrt{5}-\left(-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4} \\ & = \frac{2-\sqrt{2}}{4} > 0 \\ \therefore \quad & \frac{1}{2}-\sqrt{5} > -\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

24. $-3 < a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

- ① $-2a-3$ ② $-2a+3$ ③ -3
 ④ $2a-3$ ⑤ $2a+3$

해설

$$\begin{aligned} & -3 < a < 0 \text{ 일 때, } a < 0 \text{ 이고 } a+3 > 0 \text{ 이다.} \\ \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2} & = |-a| - |a+3| \\ & = -a - (a+3) = -a - a - 3 = -2a - 3 \end{aligned}$$

25. $A = 5\sqrt{2}-2$, $B = 3\sqrt{2}+1$, $C = 4\sqrt{3}-2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A > B > C$ ② $A > C > B$
 ③ $B > A > C$ ④ $B > C > A$
 ⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$$B > A > C \text{ 이다.}$$

26. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24. \times \times < x^3 < 32. \times \times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

27. $x < 0$ 일 때, $\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

- ① $-5x$ ② x ③ $5x$
- ④ $11x$ ⑤ $13x$

해설

$$x < 0 \text{ 일 때, } -3x > 0, 5x < 0, 3x < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$$

$$= -3x - (-5x) - (-3x)$$

$$= -3x + 5x + 3x = 5x$$

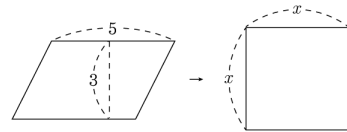
28. 두 수 a, b 가 $a + b < 0, ab < 0, |a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값) [배점 4, 중중]

- ① $3a + b$ ② $-5a - b$ ③ $-5a + b$
- ④ $5a + b$ ⑤ $5a - b$

해설

$$a > 0, b < 0 \text{ 이므로 (준식) } = |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| = 3a - b + 2a + 2b = 5a + b$$

29. 가로 길이가 5cm, 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 3cm ② 5cm ③ 15cm
- ④ $\sqrt{15}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm

해설

$$(\text{평행사변형의 넓이}) = (\text{정사각형의 넓이})$$

$$3 \times 5 = x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{15} \text{ cm}$$

30. $\sqrt{8x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 를 모두 구하면? (단, $x < 20$ 인 자연수이다.) [배점 4, 중중]

① 2, 8

② 2, 4, 8, 16

③ 2, 8, 9

④ 2, 8, 18

⑤ 2, 8, 19

해설

$$\sqrt{8x} = \sqrt{2^3 \times x}$$

$$x = 2, 2^3, 2 \times 3^2$$