

실력 확인 문제

1. 다음을 간단히 하여라.

$$\frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{8}}$$

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{8}} \\ &= \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{4}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{12\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \\ &= 6\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{3}(2\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{15} + 3$

㉡ $(\sqrt{24} - \sqrt{12}) \div \sqrt{3} = \sqrt{2} - 1$

㉢ $4\sqrt{2} - \sqrt{2}(3 - 6\sqrt{2}) = 10\sqrt{2} - \sqrt{6}$

㉣ $\sqrt{2}(2\sqrt{3} + 4) - \sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{6}) = \sqrt{6} + 7\sqrt{2}$

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

$$\begin{aligned} & \text{㉠ } (\sqrt{24} - \sqrt{12}) \div \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 2 \\ & \text{㉡ } 4\sqrt{2} - \sqrt{2}(3 - 6\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 12 \\ & \text{옳은 것은 ㉠, ㉢이다.} \end{aligned}$$

3. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 x , $\sqrt{10}$ 의 소수 부분을 y 라고 할 때, $\sqrt{2}x - y$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: $-2\sqrt{2} + 3$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{5} = 2. \dots \text{ 이므로 } \sqrt{5} \text{의 소수 부분은 } \sqrt{5} - 2 \text{이다.} \\ & \sqrt{10} = 3. \dots \text{ 이므로 } \sqrt{10} \text{의 소수 부분은 } \sqrt{10} - 3 \text{이다.} \\ & \therefore \sqrt{2}x - y = \sqrt{2}(\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{10} - 3) \\ & \quad = \sqrt{10} - 2\sqrt{2} - \sqrt{10} + 3 \\ & \quad = -2\sqrt{2} + 3 \end{aligned}$$

4. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$$2 \leq \sqrt{x} < 3 \text{는 } \sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9} \text{이므로 } 4 \leq x < 9 \text{이다. 따라서 자연수 } x \text{는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.}$$

5. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0 \\ \therefore & -\sqrt{6} < -\sqrt{5} \end{aligned}$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ ④ $-\sqrt{50} = -5\sqrt{2}$
 ⑤ $-\sqrt{28} = -3\sqrt{7}$

해설

$$\textcircled{5} \quad -\sqrt{28} = -2\sqrt{7}$$

7. $\sqrt{75} - \frac{9}{\sqrt{3}}$ 를 간단히 하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{75} - \frac{9}{\sqrt{3}} &= \sqrt{5 \times 5 \times 3} - \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= 5\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{3} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

8. $\sqrt{48}$ 을 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내면? [배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$
 ④ $9\sqrt{2}$ ⑤ $12\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{48} = \sqrt{4 \times 4 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

9. 다음 중 $\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 8

해설

$\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하기 위해서는 $17-2x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$$17-2x=1 \Rightarrow x=8$$

$$17-2x=4 \Rightarrow x=6.5 \text{ (} x \text{ 가 자연수가 아니다)}$$

$$17-2x=9 \Rightarrow x=4$$

$$17-2x=16 \Rightarrow x=0.5 \text{ (} x \text{ 가 자연수가 아니다)}$$

따라서 $x=4, 8$ 이다.

10. $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6}) = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 12 ② 8 ③ 4 ④ 0 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ \therefore x &= 2, y = -2 \\ x + y &= 2 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

11. $\sqrt{135 \times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135 \times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3 \times 5$ 이다.
따라서, $135a = 3^3 \times 5 \times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.
 $\therefore$ 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

12. $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \sqrt{16 \times 2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \therefore a &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

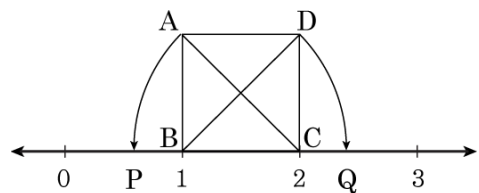
13. 다음 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

① $2\sqrt{3}$ ② 3 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{① } 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \\ & \text{② } 3 = \sqrt{9} \\ & \text{③ } \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7}{4}} \\ & \text{④ } \sqrt{11} \\ & \text{⑤ } \sqrt{\frac{7}{3}} \\ \therefore \frac{\sqrt{7}}{2} &< \sqrt{\frac{7}{3}} < 3 < \sqrt{11} < 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (\text{구하는 값}) &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

15. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $n = -3$

해설

$$\begin{aligned} -3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} &= -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \\ &= -3\sqrt{10} \end{aligned}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

16. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.($-1, 0, 1$ 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

17. $A = 3\sqrt{3} - 4$, $B = \sqrt{12} - 2A$, $C = B\sqrt{3} + 2$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $7\sqrt{3} - 6$

해설

$A = 3\sqrt{3} - 4$ 이므로

$B = \sqrt{12} - 2A = 2\sqrt{3} - 2(3\sqrt{3} - 4) = -4\sqrt{3} + 8$,

$C = B\sqrt{3} + 2 = (-4\sqrt{3} + 8)\sqrt{3} + 2 = 8\sqrt{3} - 10$

,

$\therefore A + B + C = 3\sqrt{3} - 4 + (-4\sqrt{3} + 8) + 8\sqrt{3} - 10 = 7\sqrt{3} - 6$

18. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면? [배점 4, 중중]

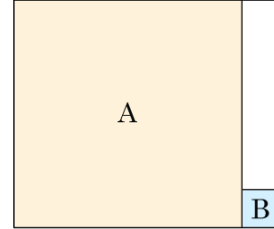
- ① a ② $3a - 2$ ③ $-3a + 4$
④ $-5a + 3$ ⑤ $a - 3$

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $1 < 2 - a < 2$, $-1 < a - 1 < 0$ 이므로

(준식) $= |2 - a| - |2(a - 1)|$
 $= (2 - a) - \{-2(a - 1)\}$
 $= 2 - a + 2a - 2$
 $= a$

19. 다음 그림에서 두 정사각형 A, B의 넓이는 각각 $12n$, $13 - n$ 이고, A, B의 한 변의 길이는 모두 자연수이다. 이 때, 직사각형 전체에 두른 띠의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 50

해설

A의 한 변의 길이는 $\sqrt{12n}$ 이고 자연수이므로 $\sqrt{12n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times n}$ 에서

$n = 3, 2^2 \times 3, 3^3, 3 \times 5^2 \dots$ ㉠

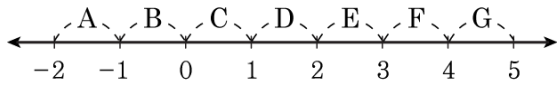
B의 한 변의 길이는 $\sqrt{13 - n}$ 이고 자연수이므로 $13 - n = 1, 4, 9$ 에서

$n = 12, 9, 4 \dots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 동시에 만족하는 n 의 값은 12 이므로 정사각형 A의 한 변의 길이는 12, 정사각형 B의 한 변의 길이는 1이다.

따라서 전체 직사각형 둘레의 길이는 세로 12, 가로 $12 + 1 = 13$ 이므로 $12 + 13 + 12 + 13 = 50$ 이다.

20. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $1 - \sqrt{2} : B$ ② $1 + \sqrt{2} : E$
 ③ $2 + \sqrt{5} : G$ ④ $2 - \sqrt{3} : C$
 ⑤ $\sqrt{5} - 4 : D$

해설

- ① $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $1 - \sqrt{4} < 1 - \sqrt{2} < 1 - \sqrt{1}$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : B$
 ② $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3 : E$
 ③ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 + \sqrt{4} < 2 + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{9}$
 $\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5 : G$
 ④ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $2 - \sqrt{4} < 2 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{1}$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1 : C$
 ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $\sqrt{4} - 4 < \sqrt{5} - 4 < \sqrt{9} - 4$
 $\therefore -2 < \sqrt{5} - 4 < -1 : A$