

단원 종합 평가

1. $6 < \sqrt{8x^2} < 10$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: ± 3

해설

$$\begin{aligned} 6 < \sqrt{8x^2} < 10 \\ 36 < 8x^2 < 100 \\ 4.5 < x^2 < 12.5 \\ \therefore x = \pm 3 \end{aligned}$$

2. 다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수를 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① -4 ② 4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

3. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8 로 5 개이다.

4. $x > 1$ 일 때, $\sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

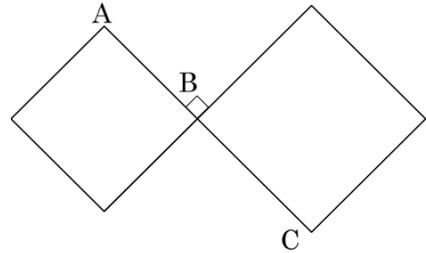
▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} x > 1 \text{ 이므로 } x-1 > 0, 1-x < 0 \\ (\text{준식}) &= (x-1) - \{-(1-x)\} \\ &= (x-1) - (x-1) = 0 \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 두 정사각형의 넓이가 각각 12, 27 일 때, \overline{AC} 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{작은 정사각형 한 변의 길이} &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \\ \text{큰 정사각형 한 변의 길이} &= \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \\ \therefore \overline{AC} &= \overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

6. $\sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2 \times 3 \times k^2$ 이 되어야 한다.
 \therefore 가장 작은 자연수 a 는 $k = 1$ 일 때이므로 $a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$

7. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < a < c$
 ④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

해설

$1 < a < 2$ 이고
 $-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$
 $4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$
 $\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$
 $\therefore 1 < c < 2$
 $a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
 $\therefore a > c$
 $\therefore c < a < b$

8. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $\sqrt{-3}$ 이다.
 ㉡ $\sqrt{25}$ 는 5이다.
 ㉢ 제곱근 16은 4이다.
 ㉣ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.
 ㉤ $x^2 = a$ 이면 $x = \sqrt{a}$ 이다.

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$
 ㉡ $(-3)^2 = 9$ 의 제곱근은 ± 3
 ㉢ $x^2 = a (a > 0)$ 이면, $x = \pm\sqrt{a}$

9. $\sqrt{(-5)^2} - (-3\sqrt{2})^2 + \sqrt{3} \left(\sqrt{48} + \sqrt{\frac{1}{3}} \right)$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$5 - 18 + \sqrt{3} \left(4\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = -13 + (12 + 1) = 0$$

10. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{0.3} \doteq 0.1a$ ② $\sqrt{0.03} \doteq 0.1b$
 ③ $\sqrt{300} \doteq 10a$ ④ $\sqrt{30000} \doteq 10b$
 ⑤ $\sqrt{0.27} \doteq 0.3a$

해설

① $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} \doteq 0.1b$
 ② $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} \doteq 0.1a$
 ④ $\sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = 100\sqrt{3} \doteq 100a$

11. $\sqrt{10}$ 의 근삿값을 3.162 라고 할 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}$ 의 근삿값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 1.2648 ② 1.581 ③ 1.6958
 ④ 1.8972 ⑤ 9.486

해설

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{40}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \doteq \frac{2 \times 3.162}{5} = 1.2648$

12. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ $-\frac{1}{4}$ ㉡ π ㉢ 0.2
 ㉣ $\sqrt{2} - 1$ ㉤ $\sqrt{5}$ ㉥ $\sqrt{2^4}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.2 = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.
 π , $\sqrt{2} - 1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.
 따라서 무리수는 3개이다.

13. 다음 중 그 계산 결과가 같은 것을 골라라.

- ㉠ $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ ㉡ $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{10}}{\sqrt{2}}$
 ㉢ $\frac{\sqrt{75} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ ㉣ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

㉠ $2 + \sqrt{5}$, ㉡ $2 + \sqrt{5}$ 으로 계산 결과가 같다.

14. $\sqrt{0.002} = A\sqrt{5}$ 일 때, A를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{50}$

해설

$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50}$

15. $\sqrt{15} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{15} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8} &= \sqrt{15 \times 6 \times 8} \\ &= \sqrt{3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

16. $\sqrt{13}$ 의 소수 부분을 a , $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $-12 - 6\sqrt{13} + 24\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3 < \sqrt{13} < 4 \text{ 이므로 } a &= \sqrt{13} - 3 \\ 4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } b &= \sqrt{18} - 4 \\ a^2 - b^2 &= (\sqrt{13} - 3)^2 - (\sqrt{18} - 4)^2 \\ &= 13 - 6\sqrt{13} + 9 - 18 + 8\sqrt{18} - 16 \\ &= -12 - 6\sqrt{13} + 24\sqrt{2} \end{aligned}$$

17. $A = 3\sqrt{3} - 4$, $B = \sqrt{12} - 2A$, $C = B\sqrt{3} + 2$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

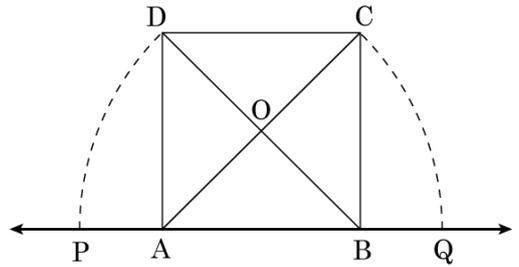
▶ 답:

▷ 정답: $7\sqrt{3} - 6$

해설

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{3} - 4 \text{ 이므로} \\ B &= \sqrt{12} - 2A = 2\sqrt{3} - 2(3\sqrt{3} - 4) = -4\sqrt{3} + 8, \\ C &= B\sqrt{3} + 2 = (-4\sqrt{3} + 8)\sqrt{3} + 2 = 8\sqrt{3} - 10, \\ \therefore A + B + C &= 3\sqrt{3} - 4 + (-4\sqrt{3} + 8) + 8\sqrt{3} - 10 = 7\sqrt{3} - 6 \end{aligned}$$

18. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 점 P에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q에 대응하는 수는?



[배점 4, 중중]

- ① $5 - \sqrt{2}$ ② $5 - 2\sqrt{2}$ ③ $4 - \sqrt{2}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
 $P(5 - 3\sqrt{2})$
 B는 P보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점
 A는 B보다 1만큼 왼쪽에 위치한 점
 $\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$
 Q는 A보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로
 $Q(4 - \sqrt{2})$

19. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로
 $n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$
 $n = 4, \dots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$
 $n = 9, \dots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$
 $n = 16, \dots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$
 $n = 25, \dots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$
 $n = 36, \dots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$
 $3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,
 $n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$
 $\therefore n = 41$

20. 다음 중 항상 성립하는 것은? [배점 4, 중중]

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ③ (무리수) \times (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) \div (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) \times (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$: 유리수
- ③ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$: 유리수
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{2} = 0$: 유리수

21. $\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{13})^2} + \sqrt{(\sqrt{13} - \sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면 $a\sqrt{7} + b\sqrt{13}$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$ 이므로
 $\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{13})^2} + \sqrt{(\sqrt{13} - \sqrt{7})^2}$
 $= -(\sqrt{7} - \sqrt{13}) + (\sqrt{13} - \sqrt{7})$
 $= -\sqrt{7} + \sqrt{13} + \sqrt{13} - \sqrt{7}$
 $= -2\sqrt{7} + 2\sqrt{13}$
 $\therefore a = -2, b = 2$
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

22. $\sqrt{3} \approx 1.73$ 일 때, $\frac{3}{\sqrt{3}} - 10\sqrt{0.03} + \sqrt{12}$ 의 근삿값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3.46

해설

$\frac{3}{\sqrt{3}} - 10\sqrt{0.03} + \sqrt{12}$
 $= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} - 10\sqrt{\frac{3}{100}} + 2\sqrt{3}$
 $= \frac{3\sqrt{3}}{3} - \frac{10\sqrt{3}}{10} + 2\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3} \approx 2 \times 1.73 = 3.46$

23. $4 < \sqrt{2x-4} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$$4 < \sqrt{2x-4} < 5$$

$$2x-4 \geq 0 \text{ 일 때,}$$

$$16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5$$

$$2x-4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6$$

$$x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14$$

$$-10 - 9 - 8 - 7 + 11 + 12 + 13 + 14 = 16$$

24. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은? [배점 5, 중상]

① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 2\sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{2.43}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

25. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $x+y$ ② x^2+y^2 ③ $\sqrt{x+y}$

④ $\sqrt{x^2+y^2}$ ⑤ \sqrt{xy}

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2+y^2}$$