

단원 종합 평가

1. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라고 할 때, 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 3, 하상]

- ① $I \cap Z^C$ ② $I \cup Q$ ③ $R \cap Q^C$
④ $R \cap I$ ⑤ $I - Z$

해설

- ① $I \cap Z^C = I$
② $I \cup Q = R$
③ $R \cap Q^C = I$
④ $R \cap I = I$
⑤ $I - Z = I$

2. 다음 중 $\sqrt{13+x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 12 ③ 23 ④ 36 ⑤ 50

해설

$$\sqrt{13+50} = \sqrt{63}$$

3. $6\sqrt{2}$ 를 $\sqrt{a}$ 꼴로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{12}$ ③ $\sqrt{24}$
④ $\sqrt{72}$ ⑤ $\sqrt{144}$

해설

$$6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72}$$

4. $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2+\sqrt{6}) = x\sqrt{2} + y\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 12 ② 8 ③ 4 ④ 0 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ \therefore x &= 2, y = -2 \\ x+y &= 2 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

5. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{10}$ cm 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}$ (cm) 이다.

6. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A > B > C$ ② $A > C > B$
③ $B > A > C$ ④ $B > C > A$
⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$$B > A > C \text{ 이다.}$$

7. x 의 값이 $x > 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x+4)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② $2x + 5$ ③ $x + 5$
 ④ $2x$ ⑤ $x - 3$

해설

$$x > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x+4)^2} = (x+1) + (x+4) = 2x + 5$$

8. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 74

해설

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

9. $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$ 일 때, $\sqrt{200} + \sqrt{0.03}$ 의 근삿값을 구하시오. [배점 3, 중하]

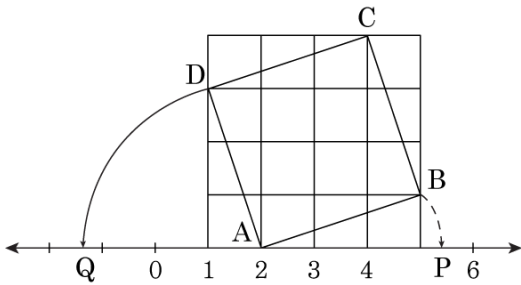
▶ 답:

▷ 정답: 14.31

해설

$$\sqrt{200} + \sqrt{0.03} = 10\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{10} \approx 14.14 + 0.1732 \approx 14.31$$

10. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



[배점 4, 중중]

- ① 6 ② 8 ③ $\sqrt{10}$
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD의 넓이는 (큰 정사각형 넓이) - (삼각형 네 개의 넓이의 합)

$$\square ABCD \text{의 넓이는 } 16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$$

∴ □ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$$

점 P는 2보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. $P(2 + \sqrt{10})$

점 Q는 2보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다. $Q(2 - \sqrt{10})$

$$\therefore \overline{PQ} = (2 + \sqrt{10}) - (2 - \sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$$

11. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$ ㉡ $-\sqrt{a^2} = a$
 ㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$ ㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$
 ㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

[배점 4, 중중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\text{㉡ } -\sqrt{a^2} = -a$$

12. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2} - 2$, $b = 2\sqrt{3} - 2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $b < c < a$

해설

$$a = \sqrt{18} - 2, b = \sqrt{12} - 2, c = 2$$

13. 다음 보기에서 제곱근을 구한 것 중 바르지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 49의 음의 제곱근 $\rightarrow -7$
 ㉡ 1의 제곱근 $\rightarrow 1$
 ㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$
 ㉣ $(-5)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 5$

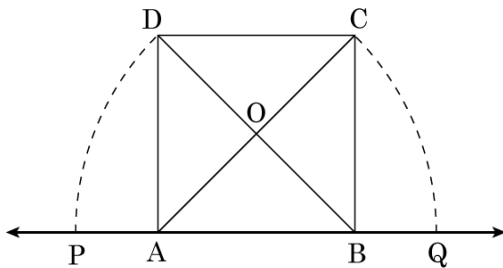
[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉡ 1의 제곱근 $\rightarrow \pm 1$
 ㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 $\rightarrow 2$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{2}$

14. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 점 P에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q에 대응하는 수는?



[배점 4, 중중]

- ① $5 - \sqrt{2}$ ② $5 - 2\sqrt{2}$ ③ $4 - \sqrt{2}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$
 $P(5 - 3\sqrt{2})$
 B는 P보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점
 A는 B보다 1만큼 왼쪽에 위치한 점
 $\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$
 Q는 A보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로
 $Q(4 - \sqrt{2})$

15. $\sqrt{3} \approx 1.732$ 일 때, $\sqrt{27} + \frac{1}{\sqrt{12}}$ 의 근삿값을 소수점 아래 넷째 자리에서 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5.485

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{27} + \frac{1}{\sqrt{12}} &= 3\sqrt{3} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ &= (3 \times 1.732) + \frac{1.732}{6} = 5.4846666666 \dots \therefore 5.485 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$ 일 때, $\frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{2}}$ 의 근삿값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 1.6 ② 2.0 ③ 2.4 ④ 2.8 ⑤ 3.2

해설

$$\frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1.732 + 0.707 \approx 2.4$$

17. $5x + y = 15$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

18. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는? [배점 5, 중상]

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다.

$$(\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2)$$

$$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7 \text{ 일 때, } x = 13 \text{ 이므로 성립한다.}$$

$$\therefore x = 13$$

19. 제곱근의 나눗셈을 이용하여 $\sqrt{33}$ 은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ 의 몇 배인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11 배

해설

$$\sqrt{33} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} = \sqrt{33} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{33 \times 11}{3}} = \sqrt{11 \times 11} = 11$$

따라서 $\sqrt{33}$ 은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ 의 11 배이다.

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80) + f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -28 ② -7 ③ 0
④ 7 ⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

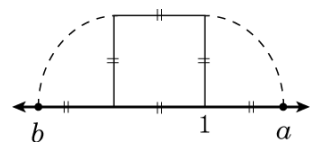
$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$f(80) + f(45) = 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 = 7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b$$

$$a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

21. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2} - 2$ ② $\sqrt{2} - 1$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2 - \sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

22. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$ | ㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$ |
| ㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$ | ㉣ $-(\sqrt{-y})^2$ |
| ㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$ | ㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

▶ 정답 : ㉠

해설

$$\textcircled{㉠} : 3 - x, 4 < 3 - x < 5$$

$$\textcircled{㉡} : x - 3, -5 < x - 3 < -4$$

$$\textcircled{㉢} : -y - 1, 0 < -y - 1 < 1$$

$$\textcircled{㉣} : y, -2 < y < -1$$

$$\textcircled{㉤} : y - 3, -5 < y - 3 < -4$$

$$\textcircled{㉥} : -x + 1, 2 < -x + 1 < 3$$

㉡, ㉤ 에서 $x < y$ 이므로 $x - 3 < y - 3$

23. 196 의 제곱근을 각각 x, y 라 할 때, $\sqrt{3x - 2y + 11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196 이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$$x = 14, y = -14 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{3x - 2y + 11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

24. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}-1} &= \sqrt{2}+1 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \\ &= 1\end{aligned}$$

25. $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[3] = 3$, $[3.4] = 3$ 이다.
 $a = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{[a]+1}{a} + \frac{2a}{[a]-a}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - 7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}[2 + \sqrt{3}] &= 3 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \frac{3+1}{2+\sqrt{3}} + \frac{2(2+\sqrt{3})}{3-(2+\sqrt{3})} \\ &= \frac{4(2-\sqrt{3})}{4-3} + \frac{2(2+\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}{1-3} \\ &= 8 - 4\sqrt{3} - (2 + 3\sqrt{3} + 3) \\ &= 3 - 7\sqrt{3}\end{aligned}$$