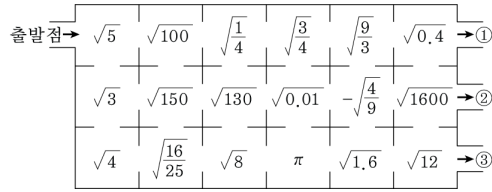


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



[배점 3, 중하]

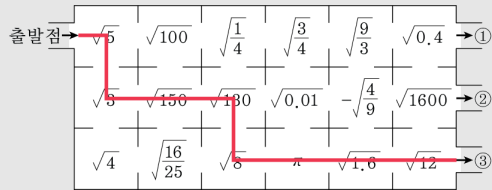
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



2. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

- ① $-4a - 3$ ② $-4a + 3$ ③ $-2a + 3$
④ $2a - 3$ ⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

3. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$

㉡ 3.14

㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$

㉣ $-\sqrt{5}$

㉤ $\sqrt{0.16}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

4. $\sqrt{3}(\sqrt{10} - \sqrt{15}) \div \sqrt{5}$ 를 계산하면?

[배점 3, 중하]

㉠ $\sqrt{6} - 3$

㉡ $6 - \sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

㉣ $\sqrt{6} + 3$

㉤ $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (\sqrt{3}\sqrt{10} - \sqrt{15}\sqrt{3}) \div \sqrt{5} \\ &= (\sqrt{30} - \sqrt{45}) \div \sqrt{5} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{9} \\ &= \sqrt{6} - 3 \end{aligned}$$

5. 다음 보기에서 제곱근을 구한 것 중 바르지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 49의 음의 제곱근 $\rightarrow -7$
 ㉡ 1의 제곱근 $\rightarrow 1$
 ㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$
 ㉣ $(-5)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 5$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉡ 1의 제곱근 $\rightarrow \pm 1$
 ㉢ $\sqrt{4}$ 의 제곱근 $\rightarrow 2$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{2}$

6. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2} - 2$, $b = 2\sqrt{3} - 2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < c < a$

해설

$$a = \sqrt{18} - 2, b = \sqrt{12} - 2, c = 2$$

7. $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$ 일 때, $\frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{5}{\sqrt{80}}$ 의 근사값을 소수점 아래 셋째 자리까지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.842

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{5}{\sqrt{80}} &= \frac{2}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} + \frac{5\sqrt{5}}{20} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{4} \\ &\approx \frac{1.414}{5} + \frac{2.236}{4} = 0.2828 + 0.559 \\ &= 0.8418 \approx 0.842 \end{aligned}$$

8. $\sqrt{1.92} = a\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{63}{64}} = b\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 0.3 ② 0.5 ③ 1 ④ 1.5 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{1.92} &= \sqrt{\frac{192}{100}} = \sqrt{\frac{8^2 \times 3}{10^2}} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4}{5}\sqrt{3} \\ \therefore a &= \frac{4}{5} \\ \sqrt{\frac{63}{64}} &= \sqrt{\frac{3^2 \times 7}{8^2}} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \\ \therefore b &= \frac{3}{8} \\ \therefore ab &= \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 0.3 \end{aligned}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
 ㉡ $-\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -4\sqrt{10}$
 ㉢ $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = 6$
 ㉣ $\sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.03$
 ㉤ $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{7} = 6\sqrt{35}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉡ $-\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -\sqrt{60 \times \frac{2}{3}} = -\sqrt{40} = -2\sqrt{10}$
 ㉣ $\sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.3$

10. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

① $\sqrt{18}+3 - (\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3 - \sqrt{15}+2 > 0$
 $\therefore \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2$
 ② $2\sqrt{7} - (3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{2}+1 = \sqrt{28} - \sqrt{18}+1 > 0$
 $\therefore 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1$
 $\therefore a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1$
 $b-a = 3\sqrt{2}-1 - (3\sqrt{2}+3) = -4$ 이다.

11. 집합 A, B, C, D, E 가 각각 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수의 집합 중 하나이고, 다음 조건을 만족할 때, C 집합으로 옳은 것은?

보기

$E \subset B, C \subset A, D^c = C, B \subset C$

[배점 5, 중상]

- ① 자연수 ② 정수 ③ 유리수
 ④ 무리수 ⑤ 실수

해설

$E \subset B \subset C \subset A, D^c = C$ 이므로 C 는 유리수

12. $4 < \sqrt{|2x-4|} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$4 < \sqrt{|2x-4|} < 5$
 $2x-4 \geq 0$ 일 때,
 $16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5$
 $2x-4 < 0$ 일 때,
 $-25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6$
 $x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14$
 $-10 - 9 - 8 - 7 + 11 + 12 + 13 + 14 = 16$

13. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.

$$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$$

$\therefore$ 3개

14. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$\sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6$$

15. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

16. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

17. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\ &= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\ &= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\ &= 2 \times 2^3 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

18. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{56 \times a} &= \sqrt{2^2 \times 14 \times a} \\ \therefore a &= 14 \times x^2 \\ 100 &\leq 14 \times x^2 < 1000 \\ x^2 &= 9, 16, 25, 36, 49, 64 \\ a &= 126, 224, 350, 504, 686, 896 \\ \text{가장 작은 세 자리의 수} &: 126 \\ \text{가장 큰 세 자리의 수} &: 896 \\ 126 + 896 &= 1022 \end{aligned}$$

19. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로 $y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

20. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$f(1), f(2), f(3) = 1$$

$$f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) = 2$$

$$f(9), f(10) = 3$$

$$1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 19$$

21. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$$685^2 = 469225, 686^2 = 470596, 687^2 = 471969$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$469225 < 470000 < 470596 \text{ 이므로}$$

$$685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$$

$$685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$$

$$6.85 < \sqrt{47} < 6.86$$

따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5이다.

22. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

23. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$$
에서

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x \text{ 이므로}$$

$$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$$

$$\therefore x^2 + x + 1 = 4$$

24. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16개

해설

$$a = 1 \text{인 경우, } b = 3, 8$$

$$a = 2 \text{인 경우, } b = 2, 7$$

$$a = 3 \text{인 경우, } b = 1, 6$$

$$a = 4 \text{인 경우, } b = 5$$

$$a = 5 \text{인 경우, } b = 4$$

$$a = 6 \text{인 경우, } b = 3, 10$$

$$a = 7 \text{인 경우, } b = 2, 9$$

$$a = 8 \text{인 경우, } b = 1, 8, a = 9 \text{인 경우, } b = 7$$

$$a = 10 \text{인 경우, } b = 6$$

$$\therefore 16 \text{ 개}$$

25. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3}$ $y \neq x - \sqrt{3}$
- ㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수
- ㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수