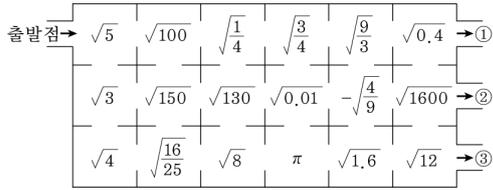


# 단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



[배점 3, 중하]

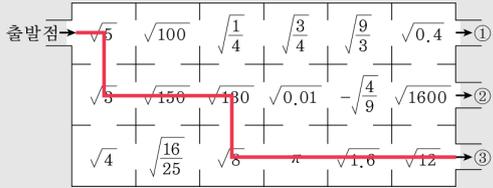
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{150}$ ,  $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{130}$ ,  $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ,  $\pi$ ,  $\sqrt{\frac{9}{3}}$ ,  $\sqrt{1.6}$ ,  $\sqrt{0.4}$ ,  $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



2.  $a > 3$  일 때,  $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$  을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

①  $-4a - 3$       ②  $-4a + 3$       ③  $-2a + 3$

④  $2a - 3$       ⑤  $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

3. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

- ㉠  $-\sqrt{1}$       ㉡  $3.14$       ㉢  $\sqrt{\frac{4}{9}}$   
 ㉣  $-\sqrt{5}$       ㉤  $\sqrt{0.16}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$ ,  $3.14$ ,  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ ,  $\sqrt{0.16} = 0.4$  는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

4.  $\sqrt{3}(\sqrt{10} - \sqrt{15}) \div \sqrt{5}$  를 계산하면?

[배점 3, 중하]

㉠  $\sqrt{6} - 3$       ㉡  $6 - \sqrt{3}$       ㉢  $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

㉣  $\sqrt{6} + 3$       ㉤  $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (\sqrt{3}\sqrt{10} - \sqrt{15}\sqrt{3}) \div \sqrt{5} \\ &= (\sqrt{30} - \sqrt{45}) \div \sqrt{5} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{9} \\ &= \sqrt{6} - 3 \end{aligned}$$

5. 다음 보기에서 제곱근을 구한 것 중 바르지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 49의 음의 제곱근  $\rightarrow -7$
- ㉡ 1의 제곱근  $\rightarrow 1$
- ㉢  $\sqrt{4}$ 의 제곱근  $\rightarrow \pm 2$
- ㉣  $(-5)^2$ 의 제곱근  $\rightarrow \pm 5$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉣      ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 1의 제곱근  $\rightarrow \pm 1$
- ㉢  $\sqrt{4}$ 의 제곱근  $\rightarrow 2$ 의 제곱근  $\rightarrow \pm\sqrt{2}$

6. 다음 세 실수  $a = 3\sqrt{2} - 2$ ,  $b = 2\sqrt{3} - 2$ ,  $c = 2$ 의 대소를 비교하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답:  $b < c < a$

해설

$$a = \sqrt{18} - 2, b = \sqrt{12} - 2, c = 2$$

7.  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$  일 때,  $\frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{5}{\sqrt{80}}$ 의 근사값을 소수점 아래 셋째 자리까지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0.842

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{5}{\sqrt{80}} &= \frac{2}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} + \frac{5\sqrt{5}}{20} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{4} \\ &\approx \frac{1.414}{5} + \frac{2.236}{4} = 0.2828 + 0.559 \\ &= 0.8418 \approx 0.842 \end{aligned}$$

8.  $\sqrt{1.92} = a\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{\frac{63}{64}} = b\sqrt{7}$  일 때, 유리수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 0.3      ② 0.5      ③ 1      ④ 1.5      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{1.92} &= \sqrt{\frac{192}{100}} = \sqrt{\frac{8^2 \times 3}{10^2}} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4}{5}\sqrt{3} \\ \therefore a &= \frac{4}{5} \\ \sqrt{\frac{63}{64}} &= \sqrt{\frac{3^2 \times 7}{8^2}} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \\ \therefore b &= \frac{3}{8} \\ \therefore ab &= \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 0.3 \end{aligned}$$

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠  $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
- ㉡  $-\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -4\sqrt{10}$
- ㉢  $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = 6$
- ㉣  $\sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.03$
- ㉤  $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{7} = 6\sqrt{35}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉣      ⑤ ㉣, ㉤

해설

$$\begin{aligned} \text{㉡} \quad & -\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -\sqrt{60 \times \frac{2}{3}} = -\sqrt{40} = -2\sqrt{10} \\ \text{㉣} \quad & \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.3 \end{aligned}$$

10.  $\sqrt{18}+3$ 과  $\sqrt{15}-2$  중 큰 수를  $a$ ,  $2\sqrt{7}$ 과  $3\sqrt{2}-1$  중 작은 수를  $b$ 라고 할 때,  $b-a$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4      ② 2      ③ 0      ④ -2      ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \sqrt{18}+3 - (\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3 - \sqrt{15}+2 > 0 \\ \therefore & \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2 \\ \text{②} \quad & 2\sqrt{7} - (3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{28} - \sqrt{18} + 1 > 0 \\ \therefore & 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1 \\ \therefore & a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1 \\ b-a & = 3\sqrt{2}-1 - (3\sqrt{2}+3) = -4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 집합  $A, B, C, D, E$ 가 각각 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수의 집합 중 하나이고, 다음 조건을 만족할 때,  $C$  집합으로 옳은 것은?

보기

$$E \subset B, C \subset A, D^c = C, B \subset C$$

[배점 5, 중상]

- ① 자연수      ② 정수      ③ 유리수
- ④ 무리수      ⑤ 실수

해설

$$E \subset B \subset C \subset A, D^c = C \text{ 이므로 } C \text{ 는 유리수}$$

12.  $4 < \sqrt{|2x-4|} < 5$ 를 만족하는 정수  $x$ 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} 4 < \sqrt{|2x-4|} < 5 \\ 2x-4 \geq 0 \text{ 일 때,} \\ 16 < 2x-4 < 25, 10 < x < 14.5 \\ 2x-4 < 0 \text{ 일 때,} \\ -25 < 2x-4 < -16, -10.5 < x < -6 \\ x & = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14 \\ -10-9-8-7+11+12+13+14 & = 16 \end{aligned}$$

13. 자연수  $x$  에 대하여  $\sqrt{x}$  이하의 자연수의 개수를  $f(x)$  라고 할 때,  $f(150) - f(99)$  의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2개      ② 3개      ③ 4개  
 ④ 5개      ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$  는  $\sqrt{99}$  초과  $\sqrt{150}$  이하의 자연수의 개수이다.

$$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$$

$\therefore$  3개

14.  $\sqrt{ab} = 3$  일 때,  $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0, b > 0$ ) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -6

해설

$$\sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6$$

15. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은?

보기

- ㉠  $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$   
 ㉡  $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$   
 ㉢  $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$   
 ㉣  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$   
 ㉤  $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

- ㉠  $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$   
 ㉡  $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$   
 ㉢  $7\sqrt{3} \therefore C = 7$   
 ㉣  $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$   
 ㉤  $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$   
 가장 큰 수: 10, 가장 작은 수: 0.1  
 $\therefore 10 \times 0.1 = 1$

16. 두 자연수  $x, y$  에 대하여  $\sqrt{120xy}$  가 가장 작은 정수가 되도록  $x, y$  의 값을 정할 때, 다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은? [배점 5, 상하]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

- $(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6),$   
 $(6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$

17.  $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\ &= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\ &= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\ &= 2 \times 2^3 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

18.  $\sqrt{56 \times a}$  가 자연수가 되게 하는  $a$  의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1022

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{56 \times a} &= \sqrt{2^2 \times 14 \times a} \\ \therefore a &= 14 \times x^2 \\ 100 &\leq 14 \times x^2 < 1000 \\ x^2 &= 9, 16, 25, 36, 49, 64 \\ a &= 126, 224, 350, 504, 686, 896 \\ \text{가장 작은 세 자리의 수} &: 126 \\ \text{가장 큰 세 자리의 수} &: 896 \\ 126 + 896 &= 1022 \end{aligned}$$

19.  $\sqrt{\frac{12x}{y}}$  가 자연수가 되게 하는 자연수  $x, y$  에 대하여  $x + y$  의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$  가 자연수가 되도록 하는 자연수  $x, y$  는 다음과 같다.

분모  $y$  는  $2^2 \times 3 \times x$  의 약수가 되어야 하므로  $y = 1$  일 때,  $x$  는  $3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $3 \times 1^2 = 3$  이다.  $x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$  일 때,  $x$  는  $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $2 \times 3 \times 1^2 = 6$  이다.  $x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$  일 때,  $x$  는  $(\text{자연수})^2$  꼴이므로 최솟값은  $1^2 = 1$  이다.  $x + y = 1 + 3 = 4$

$y$  가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때,  $x + y \geq 7$  ( $y = 4$  일 때,  $x = 3$ ) 이다.

따라서  $x + y$  의 최솟값은 4 이다.

20. 자연수  $n$  에 대하여  $\sqrt{n}$  의 정수 부분을  $f(n)$  으로 나타낼 때,  $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(10)$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$$\begin{aligned} f(1), f(2), f(3) &= 1 \\ f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) &= 2 \\ f(9), f(10) &= 3 \\ 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 &= 19 \end{aligned}$$

21. 다음을 참고하여  $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$685^2 = 469225$  ,  $686^2 = 470596$  ,  $687^2 = 471969$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$  이므로  
 $685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$   
 $685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$   
 $6.85 < \sqrt{47} < 6.86$   
 따라서  $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

22.  $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수  $n$ 의 값 중에서 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

해설

$7 < \sqrt{3n} < 9$   
 $49 < 3n < 81$   
 $\frac{49}{3} < n < 27$   
 $\therefore a = 26, b = 17$

23.  $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때,  $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서  
 $\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$  이므로  
 $3 - x = x^2, x^2 + x = 3$   
 $\therefore x^2 + x + 1 = 4$

24. 10 이하의 자연수  $a, b$ 에 대하여  $\sqrt{a+b} = n$  ( $n$ 은 자연수)를 만족하는 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

$a = 1$ 인 경우,  $b = 3, 8$   
 $a = 2$ 인 경우,  $b = 2, 7$   
 $a = 3$ 인 경우,  $b = 1, 6$   
 $a = 4$ 인 경우,  $b = 5$   
 $a = 5$ 인 경우,  $b = 4$   
 $a = 6$ 인 경우,  $b = 3, 10$   
 $a = 7$ 인 경우,  $b = 2, 9$   
 $a = 8$ 인 경우,  $b = 1, 8, a = 9$ 인 경우,  $b = 7$   
 $a = 10$ 인 경우,  $b = 6$   
 $\therefore 16$  개

25. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠  $y = x - \sqrt{3}$  을 만족하는 유리수  $x, y$  가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡  $y = x + \sqrt{2}$  일 때,  $x + y$  의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수  $x$  에 대하여  $xy = 1$  이면  $y$  도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선  $y = \sqrt{3}x$  를 지나는 점의  $x$  좌표와  $y$  좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤  $x + y, x - y$  가 모두 무리수이면,  $x, y$  도 항상 무리수이다.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ (유리수)  $\pm$  (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수  $x, y$  에 대하여  $x - y \neq \sqrt{3}$   $y \neq x - \sqrt{3}$
- ㉡  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$  이면  $x + y = 0$  : 유리수
- ㉢ 임의의 무리수  $x$  에 대해  $y = \frac{1}{x}$  이므로  $y$  는 항상 무리수이다.
- ㉣  $y = \sqrt{3}x$  은  $(0, 0)$  을 지나므로  $x = 0, y = 0$  : 유리수
- ㉤  $x = 1, y = \sqrt{3}$  이면  $x + y = 1 + \sqrt{3}$  으로 무리수,  $x - y = 1 - \sqrt{3}$  으로 무리수, 하지만  $x$  는 유리수