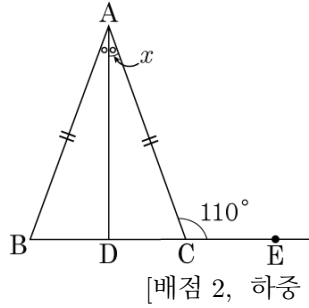


단원 형성 평가

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ACE = 110^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



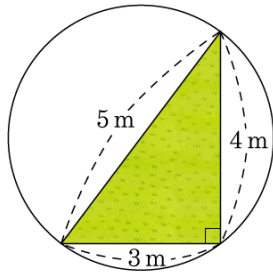
▶ 답:

▶ 정답: 20°

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle ADC = 90^\circ$
 $\triangle ADC$ 에서 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $\angle x + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle x = 20^\circ$ 이다.

2. 민호는 그림과 같이 직각삼각형 모양의 잔디밭에 원 모양의 테두리를 두르려고 한다. 테두리를 둘렀을 때, 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $6.25\pi \text{ cm}^2$

해설

직각삼각형이므로 빗변의 중점에 외심이 있다. 그러므로 원의 반지름은 2.5 cm 이다.
 따라서 원의 넓이는 $\pi(2.5 \text{ cm})^2 = 6.25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. _____
4. 그린 원을 오린다.

[배점 2, 하중]

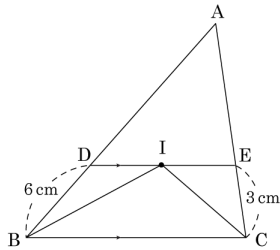
- ① 점 I에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ② 점 I에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
- ③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
- ④ 점 O에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ⑤ 점 O에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E라고 한다.

$\overline{BD} = 6\text{ cm}$, $\overline{CE} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

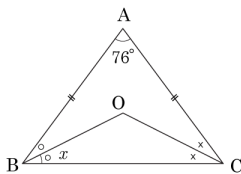
▷ 정답 : 9 cm

해설

$$\overline{BD} = \overline{DI}, \overline{CE} = \overline{IE}$$

$$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$$

5. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle BAC = 76^\circ$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 20° ② 22° ③ 24°
 ④ 26° ⑤ 28°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
 그런데 $\angle ABC$ 와 $\angle ACB$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O이므로 $\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$

$$\text{따라서 } 4 \times x = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

$$\therefore x = 26^\circ$$

6. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P라 하고 점P에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉡에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$[\text{가정}] \angle AOP = (\text{㉠}),$$

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$[\text{결론}] (\text{㉡}) = (\text{㉢})$$

[증명] $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서

$$\angle AOP = (\text{㉠}) \cdots \text{㉡}$$

$$(\text{㉢}) \text{는 공통} \cdots \text{㉣}$$

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉡, ㉣, ㉤에 의해서 } \triangle POA \equiv \triangle POB ((\text{㉥}))$$

합동)

$$(\text{㉦}) = (\text{㉧})$$

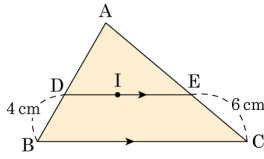
[배점 3, 하상]

- ① ㉠ $\angle BOP$ ② ㉡ $\overline{PA}$ ③ ㉢ $\overline{PB}$
 ④ ㉣ $\overline{OP}$ ⑤ ㉤ SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로 RHA 합동이다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D, E라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



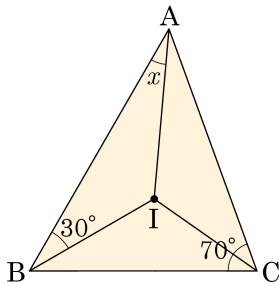
[배점 3, 하상]

- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm
④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle IBA = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAB$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 20° ② 25° ③ 30°
④ 35° ⑤ 40°

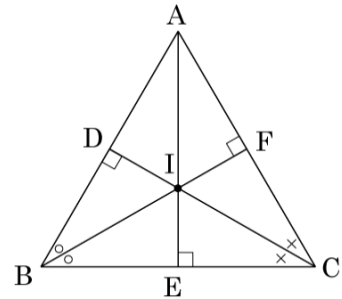
해설

$$\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle IAB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

9. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



[증명] $\triangle IBE$ 와 $\triangle IDB$ 에서

$$\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ,$$

$\overline{IB}$ 는 공통변,

$$\angle IBE = \angle IDB \text{이므로}$$

$\triangle IBE \equiv \triangle IDB$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \dots \textcircled{1}$$

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서

$$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ, \overline{AI} \text{는 공통 변, } \overline{ID} = \overline{IF}$$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

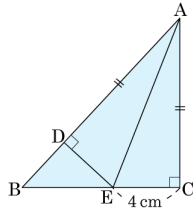
[배점 3, 하상]

- ① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$
④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동) 이므로
 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.
 따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$ 가 들어간다.

10. 다음 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 인 점 E를 잡았다. $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

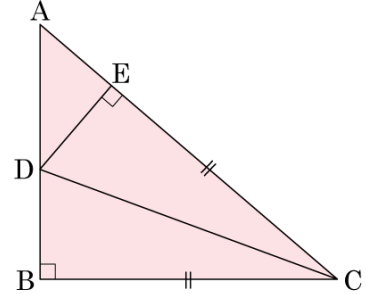
▶ 답 :

▶ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$ (RHS 합동) 이므로
 $\overline{DE} = \overline{EC} = 4\text{cm}$

11. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.
 $\angle DEC = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)을 증명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$
- ㉡ $\angle DBC = \angle DEC$
- ㉢ $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$
- ㉣ $\overline{DB} = \overline{DE}$
- ㉤ $\angle DAE = \angle BDC$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

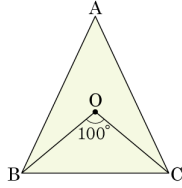
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
 두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$ 이다.
 빗변의 길이 $\overline{CD}$ 는 공통된 변으로 같다.
 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
 따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동) 라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle BOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

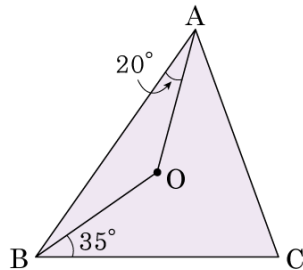
▶ 답 :

▷ 정답 : 50°

해설

$$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 20^\circ$, $\angle OBC = 35^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

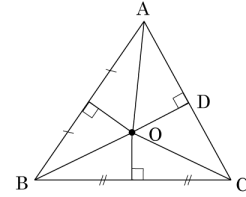
▶ 답 :

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로
 $20^\circ + 35^\circ + \angle OCA = 90^\circ$, $\angle OCA = 35^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 70^\circ$

14. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O라 하고,
 점 O에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하자.
 점 O는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠
 또, 점 O는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$
 $\overline{OA} = \square$
 $\overline{OD}$ 는 공통
 $\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
 따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
 즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O에서 만난다.

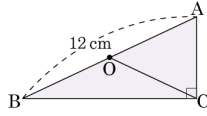
[배점 3, 중하]

- ① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$
 ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

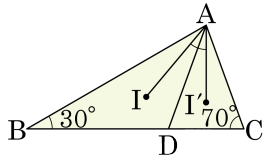
▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
 $\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

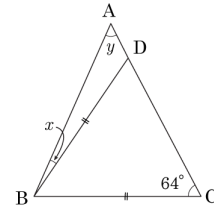
▶ 답 :

▷ 정답 : 40°

해설

$\angle BAI = \angle IAD$, $\angle DAI' = \angle I'AC$
 $\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이므로
 $\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40^\circ$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle C = 64^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



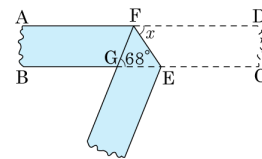
[배점 4, 중중]

- ① 61° ② 62° ③ 63°
 ④ 64° ⑤ 65°

해설

$\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BDC = 64^\circ$
 $\therefore x + y = 64^\circ$

18. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 68^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기는?



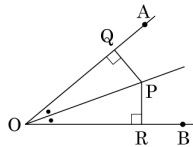
[배점 4, 중중]

- ① 36° ② 42° ③ 50°
 ④ 56° ⑤ 60°

해설

$\angle DFE = \angle EFG = \angle x$ (종이 접은 각)
 $\angle DFE = \angle FEG = \angle x$ (엇각)
 $\therefore \angle EFG = \angle FEG = \angle x$
 따라서 $\triangle EFG$ 는 밑각의 크기가 같고, $\overline{GF} = \overline{EG}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle DFE = \frac{1}{2}(180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$

19. 다음 그림은 「한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 증명하기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



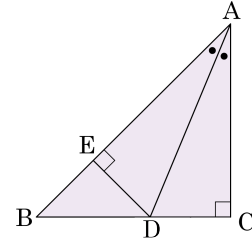
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{PQ} = \overline{PR}$ ② $\overline{OP}$ 는 공통
 ③ $\angle PQO = \angle PRO$ ④ $\angle QOP = \angle ROP$
 ⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 증명해야 할 대상이므로 조건이 아니다.
 $\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
 i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
 ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
 iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ (가정) (③)
 i), ii), iii)에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤)이다.
 합동인 도형의 대응각은 같으므로
 $\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

20. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A의 이등분선이 밑변 BC와 만나는 점을 D, D에서 빗변 AB에 수선을 그어 만나는 점을 E라 할 때, 다음 중 옳바른 것을 모두 고르면?



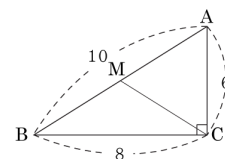
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{BD} = \overline{CD}$
 ② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$
 ③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AB}$
 ④ $\angle ADE = 67.5^\circ$
 ⑤ 점 D는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
 $\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로
 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)이므로 $\overline{CD} = \overline{ED}$
 따라서 $\overline{EB} = \overline{ED} = \overline{CD}$ 이다.
 $\therefore \angle ADE = 180^\circ - (90^\circ + 22.5^\circ) = 67.5^\circ$
 ③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB}$

21. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{MC}$ 의 길이는?



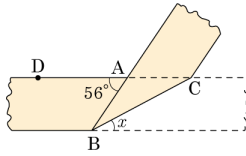
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{MC}$ 이다.
 $\therefore \overline{MC} = 5$

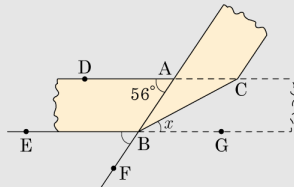
22. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다.
 $\angle BAD = 56^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

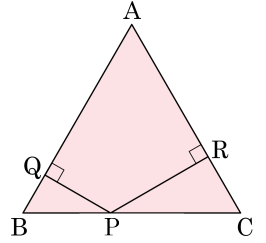
- ① 20° ② 22° ③ 24°
 ④ 26° ⑤ 28°

해설



$\angle DAB = \angle EBF = 56^\circ$ (동위각)
 $\angle EBF = \angle ABG = 56^\circ$ (맞꼭지각)
 (또는 $\angle DAB = \angle ABG = 56^\circ$ (엇각))
 $\angle ABC = \angle CBG = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$ (종이 접은 각)
 $\therefore \angle x = 28^\circ$

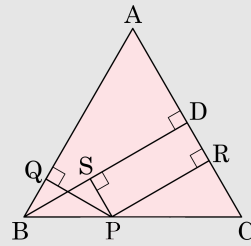
23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



[배점 5, 중상]

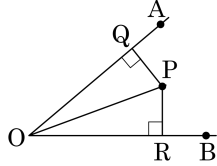
- ① 5cm ② 7cm ③ 8cm
 ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
 P에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S라 하면
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle BPS = \angle C$
 $\therefore \angle QBP = \angle SPB \dots \ominus$
 $\ominus, \textcircled{C}, \textcircled{E}$ 에 의하여
 $\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{QP} = \overline{SP} \dots \textcircled{B}$
 또, $\square SPRD$ 는 직사각형이므로
 $\overline{PR} = \overline{SD} \dots \textcircled{A}$
 $\textcircled{B}, \textcircled{A}$ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R이라 하자.
 $PQ = PR$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



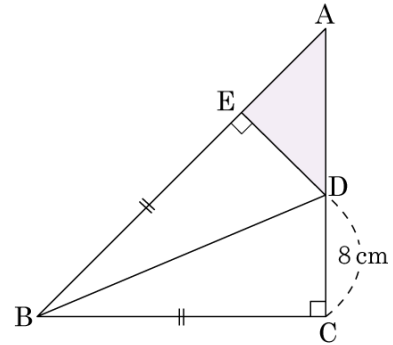
[배점 5, 중상]

- ① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.
- ② 한 변과 그 양끝각이 같다.
- ③ 세 변의 길이가 같다.
- ④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.
- ⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $PQ = PR$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

25. 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이고 $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이다.

$\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),

$\overline{CD} = \overline{ED}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$ 이다.

그러므로, $\triangle AED$ 는 밑변 8 cm , 높이 8 cm 인 직각이등변 삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$ 이다.