

단원 형성 평가

1. 다음은 ‘이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.’를 증명하는 과정이다. (가) (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$

[결론] $\angle B = \angle C$

[증명] $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 하고 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} =$ (가) (가정) ... ㉠

(나) $= \overline{CD}$ (가정) ... ㉡

(다)는 공통 ... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (라) 합동

$\therefore \angle B =$ (마)

[배점 3, 하상]

① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{AD}$

④ ASA ⑤ $\angle C$

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$

[결론] $\angle B = \angle C$

[증명] $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 하고 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$ (가정) ... ㉠

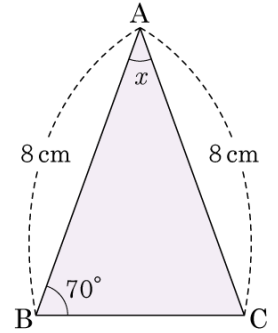
$\overline{BD} = \overline{CD}$ (가정) ... ㉡

$\overline{AD}$ 는 공통 ... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)

$\therefore \angle B = \angle C$

2. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 40° ② 45° ③ 50°
④ 55° ⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = 70^\circ$

따라서 $x = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$

3. 다음은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B =$ (가) 이므로

$\angle PBC =$ (나) $\times \angle B = \frac{1}{2} \times$ (다) $=$

(라)

따라서 $\triangle PBC$ 는 (마) 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

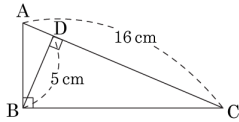
[배점 3, 하상]

- ① (가) $\angle C$ ② (나) 2
③ (라) $\angle C$ ④ (라) $\angle PCB$
⑤ (마) 이등변삼각형

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C)$ 이므로
 $\angle PBC = \left(\frac{1}{2}\right) \times \angle B = \frac{1}{2} \times (\angle C) = (\angle PCB)$
 따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형) 이다.

4. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 3, 하상]

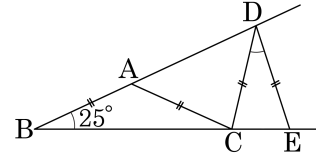
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점을 지나므로 외심 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이다.
 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은
 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이다.
 $\angle B = 25^\circ$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

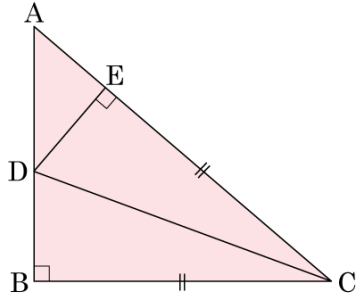
▶ 답 :

▷ 정답 : 30°

해설

$\angle CAD = 50^\circ$
 $\angle ACD = 180^\circ - (50^\circ \times 2) = 80^\circ$
 $\angle DCE = 180^\circ - (25^\circ + 80^\circ) = 75^\circ$
 $\angle CDE = 180^\circ - (75^\circ \times 2) = 30^\circ$

6. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다.
 $\angle DEC = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$
 (RHS 합동)을 증명하기 위해 필요한 조건을
 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$
- ㉡ $\angle DBC = \angle DEC$
- ㉢ $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$
- ㉣ $\overline{DB} = \overline{DE}$
- ㉤ $\angle DAE = \angle BDC$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

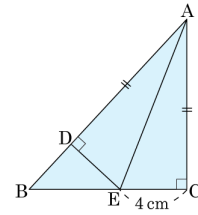
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
 두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$ 이다.
 빗변의 길이 $\overline{CD}$ 는 공통된 변으로 같다.
 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
 따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동) 라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

7. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를
 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 인 점 E 를 잡았다. $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때,
 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

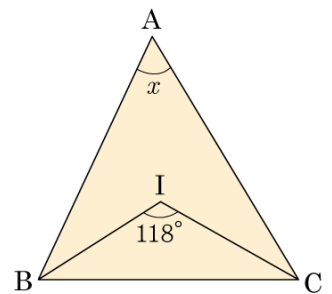
▶ 답 :

▶ 정답 : 4cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$ (RHS 합동) 이므로
 $\overline{DE} = \overline{EC} = 4\text{cm}$

8. 다음 그림에서 점 I 는
 $\triangle ABC$ 의 내심이고,
 $\angle BIC = 118^\circ$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기를 구하여
 라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\angle x = 56^\circ$

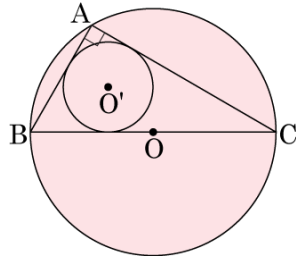
해설

$$90^\circ + \frac{1}{2}x = 118^\circ$$

$$\therefore x = 56^\circ$$

9. 다음

그림에서 원 O, O' 는
각각 $\triangle ABC$ 의 외접원,
내접원이다. 원 O, O'
의 반지름의 길이가 각각
13cm, 4cm 일 때, $\triangle ABC$
의 넓이를 구하여라.



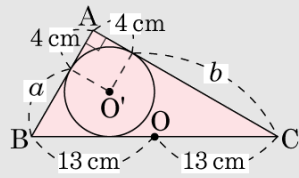
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

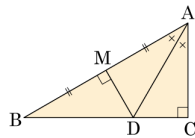
▶ 정답 : 120 cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + 4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b + 4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4 \\ &= 2a + 8 + 2b + 8 + 52 \\ &= 2(a + b) + 68 \\ &= 2 \times 26 + 68 \\ &= 120(\text{cm}^2)\end{aligned}$$



10. $\angle C = \angle R$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 15°

② 30°

③ 45°

④ 60°

⑤ 90°

해설

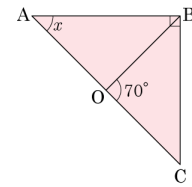
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)

$\angle MBD = x$ 라고 하면 $\angle ADC = 2x$

$\triangle ADC$ 에서, $3x + 90^\circ = 180^\circ, x = 30^\circ$

$\therefore \angle A = 60^\circ$

11. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 32°

② 35°

③ 38°

④ 42°

⑤ 45°

해설

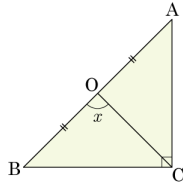
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$

12. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

- ① 105° ② 106° ③ 107°
 ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

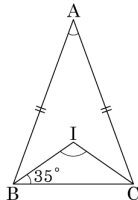
$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)

$\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 108° ② 109° ③ 110°
 ④ 111° ⑤ 112°

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35^\circ$ 이고, $\angle ABC = 70^\circ$ 이다.

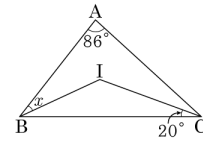
$\triangle ABC$ 가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ 이다.

$\angle A = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$ 이다.

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 40^\circ = 110^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle A = 86^\circ$ 일 때, $\angle ABI = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

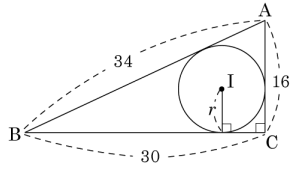
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 86^\circ = 133^\circ$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle IBC = 180^\circ - 20^\circ - 133^\circ = 27^\circ$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ABI = 27^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심이다.
내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



[배점 4, 중중]

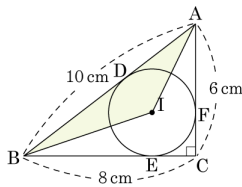
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = 30 \times 16 \times \frac{1}{2} = 240$$

$$240 = \frac{1}{2} \times r \times 80 \text{ 이므로 따라서 } r = 6 \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm인 직각삼각형이고, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2
④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

내접원의 반지름을 r 이라 할 때

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6)$$

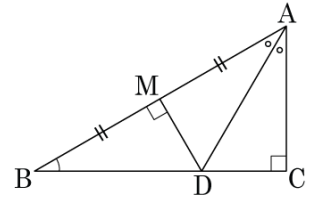
$$= 24$$

$\therefore r = 2\text{cm}$

$$(\triangle IAB \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

17. 다음 그림과 같이

$\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$
에서 $\angle A$ 의 이등분선과
 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이
 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날
때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

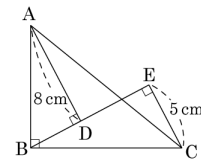
▶ 답:

▷ 정답: 30°

해설

$\triangle ACD \cong \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \cong \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
 $\angle B + \angle A = 90^\circ$ 이고
 $\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
 $3\angle B = 90^\circ$, 따라서 $\angle B = 30^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인
직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$ 일
때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

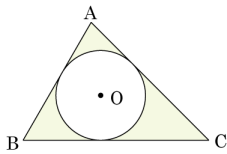
▶ 답:

▷ 정답: 3cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{BC}$
 $\angle ABD = \angle BCE$
 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)
 $\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
 $\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 원 O의 둘레의 길이가 6π , $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 32일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① $48 - 9\pi$ ② $9\pi - 24$ ③ $24 - 6\pi$
 ④ $42 - 6\pi$ ⑤ $52 - 9\pi$

해설

원 I의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r = 3$ 이다.
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,
 $(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC \text{의 둘레} =$
 $\frac{1}{2} \times 3 \times 32 = 48$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC \text{의 넓이}) -$
 $(\text{원 I의 넓이}) = 48 - 9\pi$ 이다.

20. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

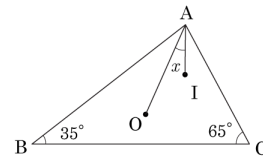
[배점 5, 중상]

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형
 ③ 예각삼각형 ④ 둔각삼각형
 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O와 점 I는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

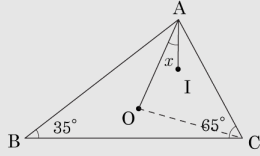


[배점 5, 중상]

- ① 10° ② 12° ③ 15°
 ④ 18° ⑤ 20°

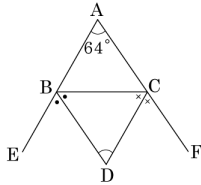
해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



- i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$
 ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

22. 다음 그림에서 점 D 는 $\angle ABC$, $\angle ACB$ 의 외각의 이등분선의 교점이다. $\angle A = 64^\circ$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

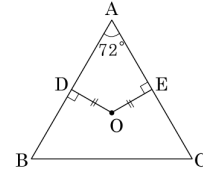
▶ 정답 : 58°

해설

$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle ACB &= 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ \\ \angle D &= 180^\circ - (360^\circ - 116^\circ) \div 2 = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ \end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\angle A = 72^\circ$, $\overline{OD} = \overline{OE}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

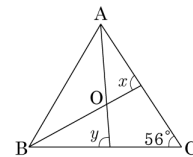
▶ 정답 : 54°

해설

$$\begin{aligned} \overline{AO} \text{ 를 그으면 } \triangle ADO &\equiv \triangle AEO (\text{RHS 합동}) \\ \angle DAO &= \angle EAO = 36^\circ \\ \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} \text{ 이므로 } \angle ABO &= \angle ACO = 36^\circ \\ \angle OBC &= (180^\circ - 72^\circ \times 2) \div 2 = 18^\circ \\ \therefore \angle B &= 36^\circ + 18^\circ = 54^\circ \end{aligned}$$

24. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\angle C = 56^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

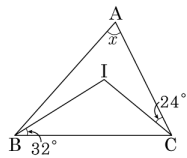
▶ 답 :

▶ 정답 : 168°

해설

$$\begin{aligned} \angle OAC + \angle C + \angle OBC &= 56^\circ \times 2 = 112^\circ \\ \angle OAB &= \angle OBA = 34^\circ \\ \angle x + \angle A + 34^\circ + \angle y + \angle B + 34^\circ &= 360^\circ \\ \angle A + \angle B &= 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ \text{ 이므로} \\ \therefore \angle x + \angle y &= 360^\circ - 124^\circ - 34^\circ \times 2 = 168^\circ \end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 68°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 24^\circ$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle BIC = 180^\circ - 32^\circ - 24^\circ = 124^\circ$ 이다.

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A, 124^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 68^\circ$$