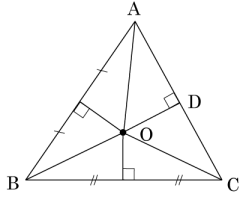


단원 형성 평가

1. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$
 $\overline{OA} = \square$
 $\overline{OD}$ 는 공통
 $\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

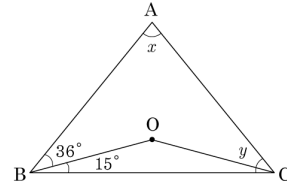
[배점 3, 중하]

- ① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$
④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

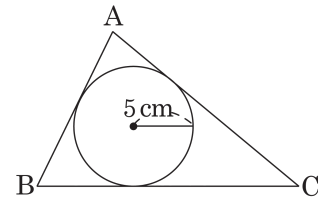
▶ 답:

▷ 정답: 21°

해설

$$\begin{aligned} 2\angle OAC &= 180^\circ - (36^\circ \times 2 + 15^\circ \times 2) = 78^\circ \\ \therefore \angle OAC &= 39^\circ \\ \angle x &= 36^\circ + 39^\circ = 75^\circ \\ \angle y &= 15^\circ + 39^\circ = 54^\circ \\ \angle x - \angle y &= 75^\circ - 54^\circ = 21^\circ \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다. $\triangle ABC = 120 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

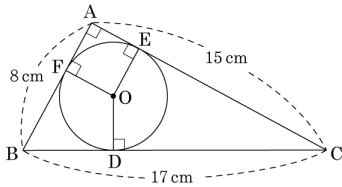
▶ 답:

▷ 정답: 48 cm

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$
 $\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다. 이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

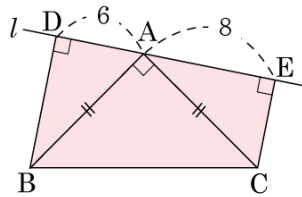
▶ 답 :

▶ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 라고 하면
 $\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$
 $\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3\text{cm}$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 6 ③ 8 ④ 14 ⑤ 16

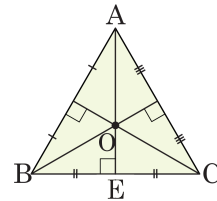
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
 $\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.
 따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

6. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. () 안에 옳지 않은 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로
 $\overline{OA} = (\quad), \overline{OA} = \overline{OC}$
 $\overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
 $\overline{OB} = (\quad),$
 $\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ,$
 $(\quad)$ 는 공통인 변
 $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ ($\quad$ 합동)
 $\overline{BE} = (\quad)$
 즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
 따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

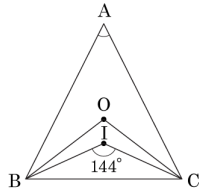
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{OB}$ ② $\overline{OC}$ ③ $\overline{OE}$
 ④ $\overline{SSS}$ ⑤ $\overline{EC}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

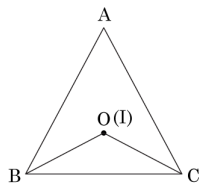
▶ 답 :

▷ 정답 : 54°

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.
따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle ABO = \angle BCO$

② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120^\circ$

④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100^\circ$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30^\circ$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

9. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r\text{cm}$ 이다. r 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

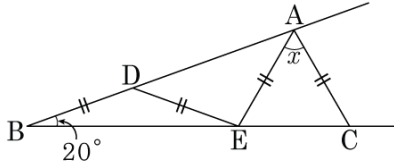
▷ 정답 : 3

해설

삼각형 ABC, 내심을 I라 하자.

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI \\ &= \frac{1}{2}r \times \overline{AB} + \frac{1}{2}r \times \overline{BC} + \frac{1}{2}r \times \overline{AC} \\ &= \frac{1}{2}r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2}r \times 18 = 27 \\ \therefore r &= 3(\text{cm}) \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EA} = \overline{AC}$ 이고 $\angle B = 20^\circ$ 일 때, $\angle EAC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

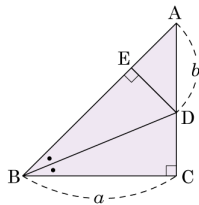
▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

해설

$\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle B = \angle DEB = 20^\circ$
 따라서 $\angle ADE = \angle B + \angle DEB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$
 이다.
 $\overline{DE} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle ADE = \angle DAE = 40^\circ$
 따라서 $\angle AEC = \angle B + \angle BAE = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$
 이다.
 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle AEC = \angle ACE = 60^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle EAC = 180^\circ - (\angle AEC + \angle ACE)$
 $= 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$

11. $\angle C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D, D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a , b 로 나타내어라.



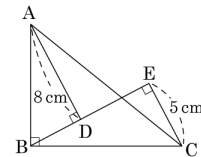
[배점 5, 중상]

- ① $a - b$ ② $2a - b$ ③ $2b - a$
 ④ $a + b$ ⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$
 $\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직
 각이등변삼각형이므로,
 $\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$
 $\overline{AB} = \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b$
 $= 2a - b$
 $\therefore \overline{AB} = 2a - b$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

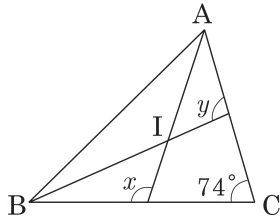
▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{BC}$
 $\angle ABD = \angle BCE$
 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)
 $\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
 $\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

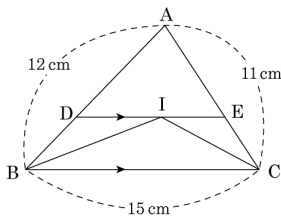
▶ 답 :

▷ 정답 : 201°

해설

$$\begin{aligned}\angle x &= 74^\circ + \frac{1}{2}\angle A \\ \angle y &= 74^\circ + \frac{1}{2}\angle B \\ \angle x + \angle y &= 148^\circ + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) \\ 148^\circ + \frac{1}{2} \times 106^\circ &= 201^\circ\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \dots \textcircled{1}$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\dots \textcircled{2}$

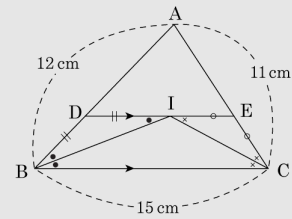
$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$$



15. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

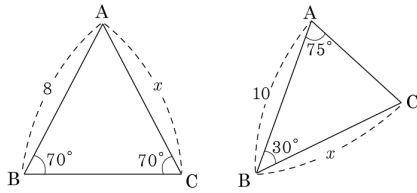
[배점 5, 중상]

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형
③ 예각삼각형 ④ 둔각삼각형
⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

16. 다음 두 그림에서 x 의 길이의 합은?



[배점 5, 상하]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore x = 8$$

또, 오른쪽의 $\triangle ABC$ 에서

$\angle BCA = 180^\circ - (30^\circ + 75^\circ) = 75^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore (x \text{의 길이의 합}) = 8 + 10 = 18$$

해설

$\angle COD = a$ 라 하면

(1) $\triangle COA$ 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle DAC = \angle DOC = a$$

$$\therefore \angle BCO = \angle DAC + \angle DOC$$

$$= a + a = 2a$$

(2) $\triangle OCB$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$ (원의 반지름) 이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 2a$$

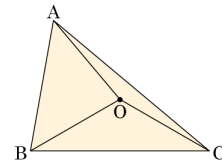
(3) $\angle BOE$ 는 $\triangle OAB$ 의 외각이므로

$$\angle BOE = \angle OAB + \angle OBA$$

$$= a + 2a = 3a$$

$$\therefore \frac{\angle BOE}{\angle COD} = \frac{3a}{a} = 3$$

18. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고,
 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 2 : 3 : 4$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하면?



[배점 5, 상하]

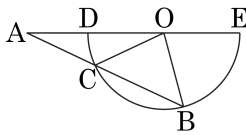
- ① 45° ② 50° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°

해설

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{9} = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 60^\circ$$

17. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 일 때, $\frac{\angle BOE}{\angle COD}$ 의 값을 구하여라.

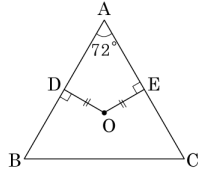


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

19. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle A = 72^\circ$, $\overline{OD} = \overline{OE}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

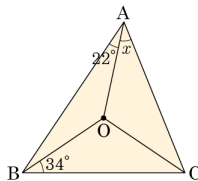
▶ 답 :

▶ 정답 : 54°

해설

$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO \cong \triangle AEO$ (RHS 합동)
 $\angle DAO = \angle EAO = 36^\circ$
 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\angle ABO = \angle ACO = 36^\circ$
 $\angle OBC = (180^\circ - 72^\circ \times 2) \div 2 = 18^\circ$
 $\therefore \angle B = 36^\circ + 18^\circ = 54^\circ$

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다.
 $\angle BAO = 22^\circ$, $\angle OBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

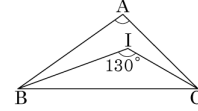
▶ 답 :

▶ 정답 : 34°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAC = 90^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 34^\circ$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



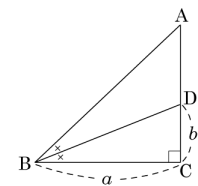
[배점 5, 상하]

- ① 80° ② 70° ③ 60°
 ④ 50° ⑤ 75°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.
 점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle BIC = 130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$
 $\therefore \angle A = 80^\circ$

22. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = a$, $\overline{CD} = b$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b$

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\triangle BCD \equiv \triangle BHD$ (RHA 합동)

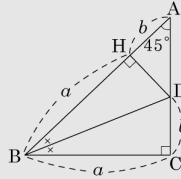
$$\overline{DH} = \overline{DC} = b$$

$$\overline{BH} = \overline{BC} = a$$

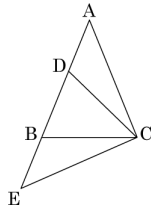
$\triangle HDA$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AH} = \overline{DH} = b$$

$$\therefore \overline{AB} = a + b$$



23. 다음 그림에서 삼각형 ABC, CDE 는
 $\angle B = \angle C = \angle D$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle ACE = 100^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 70°

해설

$\angle B = \angle C = \angle D = x$ 라 하면

$$\angle ACE = 100^\circ \text{ 이므로 } \angle AEC = 2x - 100^\circ \dots \textcircled{1}$$

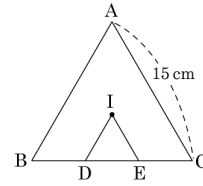
$\triangle DCB$ 에서 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle DCB = 180^\circ - 2x \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } 2x - 100^\circ = 180^\circ - 2x$$

$$\therefore x = \angle BCD = 70^\circ$$

24. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\overline{ID} \parallel \overline{AB}, \overline{IE} \parallel \overline{AC}$ 이고, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의
 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 cm

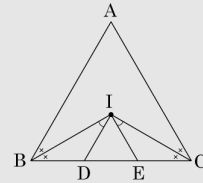
해설

$\overline{BI}, \overline{CI}$ 를 그으면

$\overline{ID} \parallel \overline{AB}, \overline{IE} \parallel \overline{AC}$ 이므로

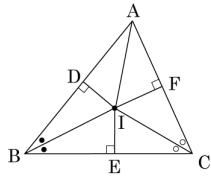
$\triangle IBD, \triangle IEC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle IDE = \angle IED = 60^\circ$$



$\triangle IDE$ 는 정삼각형이고 $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 5(\text{cm})$
 $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는 $5 + 5 + 5 = 15(\text{cm})$

25. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



증명) $\angle B, \angle C$ 의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI \therefore \overline{ID} = (\text{㉠})$

ii) $\overline{CI}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI \therefore \overline{IE} = (\text{㉡})$

iii) $\overline{ID} = (\text{㉠}) = (\text{㉡})$

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv (\text{㉢})$

$\therefore \angle DAI = (\text{㉣})$

따라서 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

[배점 6, 상중]

- ① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$
 ③ ㉢ : $\triangle BDI$ ④ ㉣ : $\angle FAI$
 ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고,

$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서 $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)