단원 종합 평가

1. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 두 눈의 수를 각각 x , y 라 할 때, $x+y=6$ 또는 $x-y=3$ 을 만족할 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$x+y=6$ 인 경우 : $(1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$ $\Rightarrow$ 5 가지

$x-y=3$ 인 경우 : $(4,\ 1)$, $(5,\ 2)$, $(6,\ 3)$ $\Rightarrow$ 3 가지

$\frac{5}{36}+\frac{3}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

2. 주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $ax+by+c=0$ 과 $6x+3y+2=0$ 이 평행할 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{216}$

해설

$\frac{6}{a}=\frac{3}{b}\neq\frac{2}{c}$ 이어야 한다.

(a,b) 로 나타내어 보면

$(2,1),(4,2),(6,3)$ 이고, 각각의 경우는 c 는 $1,2,3,4,5,6$ 의 값을 가질 수 있다.

단, $a=6$, $b=3$ 일 때, $c\neq 2$ 이다.

$\Rightarrow 3\times 6-1=17$(가지)

$\therefore$ (구하는 확률) $=\frac{17}{6\times6\times6}=\frac{17}{216}$

3. 1 에서 12 까지의 숫자가 각각 적힌 정십이면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 닿은 면의 숫자의 합이 짝수일 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

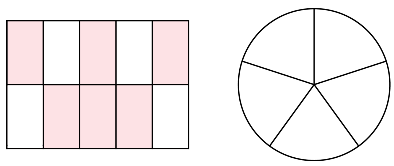
해설

(짝수) + (짝수) = (짝수)

(홀수) + (홀수) = (짝수)

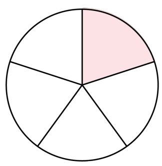
따라서 (구하는 확률)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

4. 화살을 다음과 같은 표적에 쏠 때, 과녁의 색칠한 부분에 맞을 확률이 같도록 오른쪽 도형에 바르게 색칠한 것을 고르면?

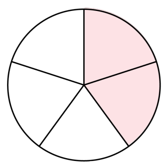


[배점 3, 중하]

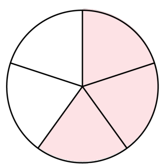
①



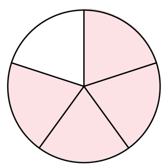
②



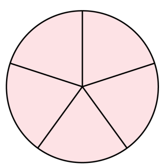
③



④



⑤



해설

주어진 그림은 총 10 개 중 6 개에 색칠이 되어있으므로 화살을 쏘았을 때, 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 이다.

5. 한 개의 주사위를 던질 때, 4 의 눈 또는 홀수의 눈이 나올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

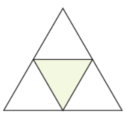
▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

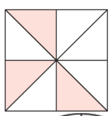
해설

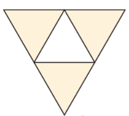
4 의 눈은 1 가지, 홀수의 눈은 $1, 3, 5$ 의 3 가지

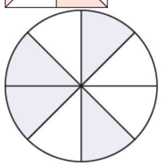
$\therefore$ (확률) $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

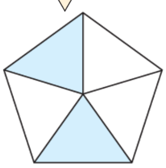
6. 다음과 같은 과녁에 화살을 쏠 때 화살이 색칠된 부분에 맞게 될 확률이 가장 작은 것은 어느 것인가? [배점 4, 중중]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{5}$

7. 다음 표는 어느 중학교 2 학년 학생 50 명을 대상으로 혈액형을 조사하여 나타낸 것이다. 이 학생들 중에서 임의로 한 명을 선택했을 때, A 형 또는 O 형일 확률을 구하여라.

혈액형	A	B	O	AB
학생 수(명)	15	16	13	6

[배점 4, 중중]

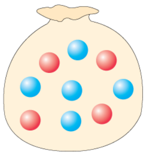
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{25}$

해설

$\frac{15}{50} + \frac{13}{50} = \frac{14}{25}$

8. 빨간 구슬 4 개와 파란 구슬 5 개가 들어 있는 주머니가 있다. 두 개의 구슬을 하나씩 두 번 꺼낼 때, 모두 빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{6}$ 이라고 한다. 처음 뽑은 구슬을 다시 집어넣었는지, 집어넣지 않았는지 구분하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 처음 뽑은 구슬은 다시 집어넣지 않았다.

해설

전체 구슬이 9 개이므로 9 개 중에 4 개가 빨간 구슬이고 처음 뽑은 구슬을 집어넣었을 경우에 $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$ 이다.
전체 구슬이 9 개이므로 9 개 중에 4 개가 빨간 구슬이고 처음 뽑은 구슬을 집어넣지 않을 경우에 $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$ 이다.
따라서, 처음 뽑은 구슬은 다시 집어넣지 않았다.

9. 토요일에 비가 올 확률이 30%, 일요일에 비가 올 확률이 40% 일 때, 이틀 연속 비가 올 확률은?

[배점 4, 중중]

① 5% ② 7% ③ 12%
④ 15% ⑤ 18%

해설

토요일에 비가 오고 일요일도 비가 올 확률은
$\therefore \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100}$
즉, 12(%) 이다.

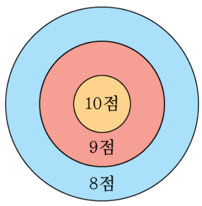
10. 두 개의 주머니 A, B 가 있다. A 주머니에는 파란 공 1 개, 붉은 공 4 개가 들어 있고, B 주머니에는 파란 공 1 개, 붉은 공 2 개가 들어 있다. 무심코 한 주머니를 택하여 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

해설

우선 A 혹은 B를 선택할 확률은 $\frac{1}{2}$
A 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$
B 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$
따라서 한 주머니를 택하여 파란 공을 뽑을 확률은
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

11. 경동이와 종호가 세 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 경동이가 먼저 세 발을 쐈는데 28 점을 기록하였다. 종호가 이길 확률을 구하여라. (단, 종호가 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{125}$

해설

종호가 이기려면 29점 이상을 기록해야 하므로 (9 점, 10 점, 10 점) 또는 (10 점, 10 점, 10 점)을 쏴야 한다.

(1) 9 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 :

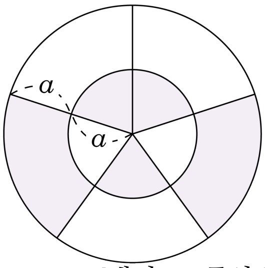
(9 점,10 점,10 점), (10 점,9 점,10 점), (10 점,10 점,9 점) 세 경우가 있으므로

$3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

(2) 10 점, 10 점, 10 점이 되는 경우 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

$\therefore \frac{1}{25} + \frac{1}{125} = \frac{6}{125}$

12. 다음 그림과 같은 다트판이 있다. 다트를 한 번 던져서 색칠한 부분에 맞힐 확률을 구하여라. (단, 원을 똑같이 5등분 하였다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$

해설

(구하는 확률)

$= \dfrac{\pi a^2 \times \frac{3}{5} + \{\pi \times (2a)^2 - \pi a^2\} \times \frac{2}{5}}{\pi \times (2a)^2}$

$= \dfrac{\frac{3}{5} + \frac{6}{5}}{4}$

$= \frac{9}{20}$

13. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는?

[배점 5, 중상]

① 3개 ② 4개 ③ 5개

④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7 - n$ 으로 할 때,

두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}$, $n^2 = 9, n = 3$

따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

14. 양궁 선수인 미선이와 명수가 같은 과녁을 향해 활을 쏘았다. 미선이의 명중률은 $\frac{3}{5}$, 명수의 명중률은 $\frac{3}{4}$ 일 때, 과녁이 적어도 하나 이상 명중될 확률을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{10}$

해설

1 − (두 명 모두 맞히지 못할 확률)

$= 1 - \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$= 1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$

$= \frac{9}{10}$

15. A, B가 문제를 푸는데 A가 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$, B가 문제를 풀 확률은 x라고 한다. A, B가 둘 다 문제를 풀지 못할 확률이 $\frac{1}{5}$ 일 때, x의 값은? [배점 5, 중상]

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

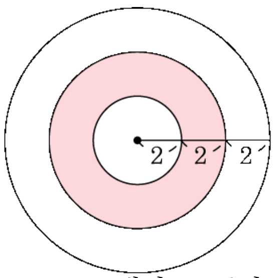
해설

B가 이 문제를 풀 확률을 x라 하면

$\frac{1}{3} \times (1-x) = \frac{1}{5}$ $\quad \therefore\ x = \frac{2}{5}$

따라서 B가 이 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 세 원으로 이루어진 과녁에 화살을 쏘았을 때, 색칠한 부분에 화살이 맞을 확률을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

전체 넓이 : $6 \times 6 \times \pi = 36\pi$

색칠한 부분 : $4 \times 4 \times \pi - 2 \times 2 \times \pi = 12\pi$

$\therefore \frac{12\pi}{36\pi} = \frac{1}{3}$

17. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 차가 3 이상일 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

차가 3 일 확률 : $(1,4), (2,5), (3,6), (4,1), (5,2), (6,3)$ 6 가지

차가 4 일 확률 : $(1,5), (2,6), (5,1), (6,2)$ 4 가지

차가 5 일 확률 : $(1,6), (6,1)$ 2 가지

$\therefore \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{3}$

18. 진희와 연우는 최소 7 번을 겨루어 4 번을 먼저 이기면 승리하는 게임을 한다. 진희가 2 승 1 패로 앞서 나갈 때, 연우가 우승할 확률을 구하여라. (단, 매 경기 진희가 연우에게 질 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 비기는 경우는 없다.) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

연우가 먼저 4 승을 해야 하므로 최대 네 번까지 게임을 할 수 있다.

승을 ○, 패를 × 로 표시하면

(1) 3 번의 게임 후 우승이 결정되는 경우

○○○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

(2) 4번의 게임 후 우승이 결정되는 경우

×○○○ 인 경우 : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

○×○○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

○○×○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{27} + \frac{8}{81} + \frac{8}{81} + \frac{8}{81} = \frac{16}{27}$ 이다.

19. 한 개의 주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되거나, 나온 눈의 곱이 짝수가 되는 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설

주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되는 경우는 (짝, 짝, 짝), (짝, 홀, 홀) 의 2 가지 경우이다.
또, 나온 눈의 곱이 짝수가 되는 경우는 (짝, 짝, 짝) (짝, 짝, 홀) (짝, 홀, 홀) 의 3 가지 경우이다.
따라서 주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되거나 곱이 짝수가 되는 경우는 (홀, 홀, 홀) 의 경우를 제외한 모든 경우의 수와 같다.
전체 경우의 수 $2\times2\times2=8$ (가지) 중 (홀, 홀, 홀) 1 가지를 제외한 7 가지 이므로 구하는 확률은 $\frac{7}{8}$ 이다.

20. 주사위 2 개를 동시에 던져서 2 개의 눈이 일치하면 그 눈을 득점으로 하고, 2 개의 눈이 다른 눈이 나오면 점수를 얻지 못할 때, 득점의 기댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{12}$ 점

해설

모든 경우의 수는 $6^2=36$ (가지)
이 중 두 개가 모두 같은 눈이 나오는 경우의 수는 6가지이므로 득점을 할 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 이다.
따라서 두 눈이 모두 1, 2, 3, 4, 5, 6 일 때를 생각하여 구하는 득점의 기댓값은

$$1\times\frac{1}{36}+2\times\frac{1}{36}+\cdots+6\times\frac{1}{36}$$
$$=\frac{1}{36}(1+2+\cdots+6)$$
$$=\frac{1}{36}\times21=\frac{7}{12}(\text{점})$$

이다.

21. 자연수 x , y 가 짝수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$ 이다. $x+y$ 가 홀수일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{21}$

해설

$$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)+\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{7}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{7}$$
$$=\frac{4}{21}+\frac{6}{21}=\frac{10}{21}$$

22. 1 부터 100 까지의 자연수 중 2 개의 자연수를 선택했을 때, 두 수의 합을 3 으로 나눈 나머지가 2 일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중 2 개를 뽑는 경우의 수는 $\dfrac{100 \times 99}{2} = 4950$ (개)

(1) 3 의 배수와 $3n+2$ 인 자연수를 더한 경우

100 까지의 3 의 배수 33 개 중 한 개, 100 까지의 자연수 중 $3n+2$ 인 수는 33 개이고, 각각 한 개씩 뽑는 경우의 수는 $33 \times 33 = 1089$ (개)

(2) $3n+1$ 인 자연수 두 개를 더한 경우

100 까지의 자연수 중 $3n+1$ 인 자연수는 34 개이고 그 중 두 개를 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{34 \times 33}{2} = 561$ (개)

(1), (2) 에 의해서 경우의 수는 $1089 + 561 = 1650$ (개)

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{1650}{4950} = \dfrac{1}{3}$ 이다.

23. 어느 복권 상품의 당첨 확률과 당첨금이 다음과 같다.

등수	확률	당첨금
1	$\dfrac{1}{10^6}$	1억 원
2	$\dfrac{1}{10^4}$	1백만 원
3	$\dfrac{1}{10^3}$	1만 원

이 복권 판매액의 50% 는 여러 단체에 지원금으로 사용된다고 할 때, 이 복권 기금이 손해 없이 계속 운영되기 위한 복권 한 장의 최소 가격을 구하여라. (단, 복권은 항상 1 등 당첨자가 나올 만큼 충분히 팔린다고 가정한다.) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 420 원

해설

이 복권 기금이 손해 없이 계속 운영되기 위해서는 복권 한 장의 가격의 50% 가 복권 한 장의 기댓값보다 같거나 커야 한다.

이 복권의 기댓값은 $\dfrac{1}{10^6} \times 10^8 + \dfrac{1}{10^4} \times 10^6 + \dfrac{1}{10^3} \times 10^4 = 100 + 100 + 10 = 210$ (원) 이다.

따라서 복권 한 장의 최소 가격은 420(원) 이다.

24. 다음은 부모의 혈액형에 따른 자식의 혈액형의 확률을 나타낸 표이다.

부모	자식				부모	자식			
	O	A	B	AB		O	A	B	AB
O–O	1				A–B	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{9}{16}$
O–A	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$			A–AB		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
O–B	$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{4}$		B–B	$\frac{1}{64}$		$\frac{63}{64}$	
O–AB		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		B–AB		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$
A–A	$\frac{1}{64}$	$\frac{63}{64}$			AB–AB		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

서로 다른 혈액형을 가진 부모에게서 태어난 두 명의 자녀로 구성된 4 인 가족의 혈액형이 모두 다를 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{73}{128}$

해설

다음과 같은 각각의 경우 확률은

(1) O – AB 에서 A 형과 B 형이 태어나는 경우 : A 형이 태어나고 B 형이 태어나는 경우와 B 형이 태어나고 A 형이 태어나는 경우가 있으므로 $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

(2) A – B 에서 O 형과 AB 형이 태어나는 경우 : (1)의 경우와 마찬가지로 $\dfrac{1}{16} \times \dfrac{9}{16} + \dfrac{1}{16} \times \dfrac{9}{16} = \dfrac{9}{128}$

따라서 (1), (2)에서 구하는 확률은 $\dfrac{1}{2} + \dfrac{9}{128} = \dfrac{73}{128}$ 이다.

25. A, B 두 사람이 주사위를 굴려서 나온 눈이 큰 사람이 이기는 게임을 한다. 이길 때 얻는 점수는 주사위 눈의 차와 같고, 비기거나 졌을 때는 점수를 얻지 못한다. 주사위를 2 회 굴렸을 때, A 가 B 보다 2 점 더 많은 점수를 얻게 되는 경우의 수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 125 가지

해설

게임을 1 회 시행하였을 때, 얻을 수 있는 점수는

1 점 : (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6) 의 5 가지

2 점 : (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6) 의 4 가지

3 점 : (1, 4), (2, 5), (3, 6) 의 3 가지

4 점 : (1, 5), (2, 6) 의 2 가지

5 점 : (1, 6) 의 1 가지

즉 A 또는 B 가 이기는 경우는 15 가지이고, 비기는 경우는 두 주사위의 눈의 수가 같은 6 가지이다.

2 회의 게임에서 A 또는 B 가 이기는 횟수에 따라 구하는 경우의 수는 다음과 같다.

(1) A, B 가 한 번씩 이기는 경우

A 가 5 점, B 가 3 점을 얻은 경우

$1 \times 3 \times 2 = 6$ (가지)

또 A 가 4 점, B 가 2 점을 얻은 경우

$2 \times 4 \times 2 = 16$ (가지)

또 A 가 3 점, B 가 1 점을 얻은 경우

$3 \times 5 \times 2 = 30$ (가지)

따라서 $6 + 16 + 30 = 52$ (가지)

(2) A 가 한 번 이기고, 한 번 비기는 경우

A 가 2 점을 얻어야 하고, 몇 회 게임에서 이기는가에 따라 2 가지 경우가 있으므로 경우의 수는 $4 \times 6 \times 2 = 48$ (가지)

(3) A 가 두 번 모두 이기는 경우

2 회에 걸쳐 A 가 총 2 점을 얻어야 하므로 1 회에 1 점, 2 회에 1 점을 얻는 경우이다.

$5 \times 5 = 25$ (가지)

따라서 (1), (2), (3) 에 의하여 구하는 경우의 수는 $52 + 48 + 25 = 125$ (가지) 이다.