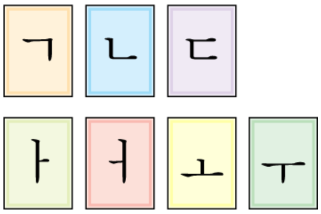
단원 종합 평가

1. 자음 ㄱ, ㄴ, ㄷ이 적힌 3장과 ㅏ, ㅓ, ㅗ, ㅜ가 적힌 4장의 카드가 있다. 자음 1개와 모음 1개를 짝지어 만들 수 있는 글자는 몇 개인지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$3 \times 4 = 12$(개)

2. 민수는 윗옷 3벌, 치마 1벌, 바지가 2벌 있습니다. 이 옷을 옷걸이에 정리해서 걸려고 할 때, 바지가 이웃하도록 거는 경우의 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 240 가지

해설

바지가 이웃하도록 거는 경우의 수는 $(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 240$(가지)이다.

3. 다음 표는 동전 1 개를 400 번 던졌을 때, 앞면이 나온 횟수를 기록한 것이다. 기록지가 손상되어 앞면이 나온 횟수가 안보일 때, 앞면이 나올 확률을 구하여라.
(단, 상대도수 $= \dfrac{\text{그 계급의 도수}}{\text{전체 도수}}$ 이다.)

동전을 던진 횟수	400
앞면이 나온 횟수	
상대도수	0.5

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설

상대도수 $= \dfrac{\text{그 계급의 도수}}{\text{전체 도수}}$ 이다. 따라서 앞면이 나온 횟수는 200 번이다.
사건 A 가 일어날 확률 $p = \dfrac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$ 이므로 앞면이 나올 확률은 $\dfrac{200}{400} = \dfrac{1}{2}$ 이다.

4. A, B, C, D 의 네 종류의 가방 중 두 종류를 진열하려고 할 때, B 를 포함하여 진열 할 확률은?

[배점 3, 중하]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{2}{5}$ ⑤ $\dfrac{3}{7}$

해설

전체 경우의 수는 $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ (가지)
B를 포함한 경우 : 3 가지
$\therefore \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

5. 3개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

3개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{8}$ 이므로 $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

6. 윷가락을 4개던졌을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16가지

해설

윷가락 4개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$ (가지)이다.

7. 길이가 5cm, 6cm, 7cm, 9cm, 10cm, 11cm인 선분 6개가 있다. 이 선분 중 3개를 골라 이를 세 변으로 하는 삼각형을 만들 때의 모든 경우의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19가지

해설

6개의 선분 중에 순서를 고려하지 않고 3개를 뽑으면 삼각형을 이룰 수 있다. 이 때, 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 11)의 경우에만 삼각형을 이루지 못한다. 그러므로 전체 경우의 수에서 1가지 경우를 빼 주면 된다. 따라서 삼각형을 만들 때의 모든 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}-1=19$(가지)이다.

8. 남학생 4 명과 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 적어도 한 명의 여학생은 다른 여학생들과 떨어져 있게 세우는 방법의 가짓수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4320가지

해설

여학생 3명이 항상 이웃하려면
(여, 여, 여) 남, 남, 남, 남
을 일렬로 세우면 되므로
$5!\times3!=720$ (가지)
따라서 적어도 한 명의 여학생이 다른 여학생들과 떨어져 세우는 방법의 가짓수는
$7!-720=5040-720=4320$ (가지)이다.

9. 0 부터 6 까지 7 장을 카드로 세 자리 자연수를 만들 때 짝수일 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

전체 : $6 \times 6 \times 5 = 180$(가지)

짝수 : □□0은 $6 \times 5 = 30$(가지), □□2, □□4, □□6은 모두 $5 \times 5 = 25$(가지)이므로

$30 + 25 \times 3 = 105$(가지)

$\therefore \frac{105}{180} = \frac{7}{12}$

10. 답란에 ○, × 표시를 하는 문제가 세 문항 있다. 어느 학생이 무심코 이 세 문제에 ○, × 표시를 하였을 때, 적어도 두 문제를 맞힐 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

세 문제 모두 틀릴 확률은 $\frac{1}{8}$ 이고, 한 문제만 맞힐 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

$\therefore 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{2}$

11. 정십이면체의 각 면에는 1에서 12까지의 숫자가 쓰여 있다. 이 정십이면체 주사위를 한 번 던졌을 때, 3의 배수 또는 36의 약수가 나올 경우의 수는? [배점 5, 중상]

① 2가지 ② 4가지 ③ 6가지 ④ 7가지 ⑤ 10가지

해설

3의 배수 : 3, 6, 9, 12 → 4가지

36의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 → 7가지

따라서 7가지이다.

12. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 경우의 수가 가장 적은 것은? [배점 5, 중상]

① 두 눈의 합이 11인 경우의 수

② 두 눈의 차가 3인 경우의 수

③ 두 눈의 합이 12보다 큰 경우의 수

④ 두 눈의 곱이 6인 경우의 수

⑤ 두 눈의 서로 같은 경우의 수

해설

① (5, 6), (6, 5) ∴ 2가지

② (1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1) ∴ 6가지

③ 0가지

④ (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) ∴ 4가지

⑤ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) ∴ 6가지

13. 남학생 4명, 여학생 5명의 후보가 있는 가운데 남녀 각각 회장과 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 48가지 ② 120가지 ③ 240가지 ④ 360가지 ⑤ 720가지

해설

남학생 중에서 회장을 뽑는 경우 4가지, 부회장을 뽑는 경우 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$(가지)이고, 여학생 중에서 회장을 뽑는 경우 5가지, 부회장을 뽑는 경우 4가지이므로 $5 \times 4 = 20$가지가 된다. 따라서 남녀 각각 회장와 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수는 $12 \times 20 = 240$(가지)이다.

14. 4 장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 0 과 1, 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 이라는 숫자가 적혀 있다. 이 4 장의 카드를 한 줄로 늘어놓아 4 자리 정수를 만들 때의 경우의 수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 48 가지 ② 120 가지 ③ 240 가지

④ 336 가지 ⑤ 720 가지

해설

0 과 1 이 적힌 카드에서 1 이 나온 경우 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2^3 = 192$(가지)

0 과 1 이 적힌 카드에서 0 이 나온 경우 : $3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2^3 = 144$(가지)

(2^3 은 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 카드가 뒤집어 지는 경우)

따라서 4 자리 정수가 만들어지는 경우의 수는 $192 + 144 = 336$(가지) 이다.

15. 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오면 $+1$, 홀수의 눈이 나오면 -1 만큼 직선 위의 점 P 를 움직인다고 한다. 처음에 점 P 를 원점에 놓고, 주사위를 3 회 던지는 동안에 점 P 가 한 번도 원점으로 돌아오지 않을 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

(짝, 짝, 홀), (홀, 홀, 짝), (짝, 홀, 홀), (홀, 짝, 짝) 의 네 경우에 원점으로 돌아오지 않으므로

$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{2}$

16. 혜지가 어떤 문제를 맞출 확률이 $\frac{3}{4}$ 이다. 혜지가 두 문제를 풀 때, 적어도 한 문제를 맞출 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{16}$

해설

(적어도 한 문제를 맞출 확률)

$= 1 -$ (모두 틀릴 확률)

$= 1 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{16}$

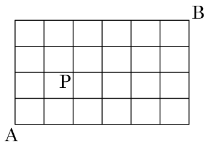
17. 남학생 4 명, 여학생 3 명 중에서 2 명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남학생이 한 명 이상 뽑힐 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{21}$

해설

7 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ (가지), 모두 여학생만 뽑히는 경우의 수는 여학생 3 명 중에서 2 명을 뽑는 경우이므로 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지) 이다. 그러므로 구하는 확률은 $1-$(모두 여학생이 뽑히는 확률) $= 1 - \frac{3}{21} = \frac{6}{7}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 A 와 B 를 연결한 그물 모양의 도로가 있다. A 에서 B 로 가는 최단 경로 중 점 P 를 반드시 거쳐서 가는 경우의 개수와, 점 P 를 반드시 지나가지 않는 경우의 개수의 차를 구하여라.



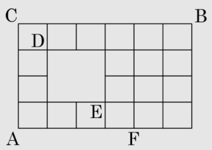
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

(1) 점 P 를 반드시 거쳐서 가는 경우의 개수는
A 에서 P 까지 가는 경우 : $\frac{4!}{2!2!} = 6$(가지)
P 에서 B 까지 가는 경우 : $\frac{6!}{2!4!} = 15$(가지)
따라서 $6 \times 15 = 90$ 가지이다.
(2) 점 P 를 반드시 지나가지 않는 경우의 개수는
P 를 지나는 선이 모두 없다고 생각하면 다음 그림과 같으므로



A → C → B 의 경우 : 1 가지
A → D → B 의 경우 : $\frac{4!}{1!3!} \times \frac{6!}{1!5!} = 24$(가지)
A → E → B 의 경우 : $\frac{4!}{1!3!} \times \frac{6!}{3!3!} = 80$(가지)
A → F → B 의 경우 : $1 \times \frac{6!}{2!4!} = 15$(가지)
따라서 $1 + 24 + 80 + 15 = 120$(가지)이다.
따라서 차는 $120 - 90 = 30$이다.

19. 6 개의 숫자 0, 1, 3, 5, 8, 9 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만들 때, 십의 자리 숫자가 천의 자리 숫자보다 크고, 백의 자리 숫자보다도 클 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{10}$

해설

6 개의 숫자 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만드는 모든 경우의 수는
$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (가지)
이때, 십의 자리의 숫자가 천의 자리와 백의 자리 숫자보다 커야 하므로
(1) □□9□ 의 경우 : $4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)
(2) □□8□ 의 경우 : $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)
(3) □□5□ 의 경우 : $2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)
(4) □□3□ 의 경우 : $1 \times 1 \times 3 = 3$ (가지)
(1) ∼ (4) 에서 경우의 수는 $48 + 27 + 12 + 3 = 90$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{90}{300} = \frac{3}{10}$ 이다.

20. A, B, C 3개의 동전을 동시에 던질 때, 다음 중 확률이 $\frac{1}{2}$ 이 되는 것은? [배점 5, 상하]

① 3개 모두 앞면이 나올 확률

② 앞면이 1개만 나올 확률

③ 앞면이 2개 이상 나올 확률

④ 뒷면이 2개만 나올 확률

⑤ 뒷면이 적어도 1개 나올 확률

해설

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

21. $1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0 을 적어도 2 개는 포함하는 이진수를 고를 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{503}{512}$

해설

$1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수의 개수는 2^9 개이고
(1) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 경우 : 1 가지
(2) 숫자 0 을 한 개 포함하는 경우 : 8 가지
숫자 0 을 적어도 두 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1)과 (2)의 경우의 수를 뺀 것이므로 구하는 확률은 $1 - \frac{9}{2^9} = \frac{503}{512}$ 이다.

22. 한 모서리의 길이가 1 인 정육면체 216 개를 가로 6 개, 세로 6 개, 높이 6 개씩 들어가도록 쌓아서 큰 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 작은 정육면체로 분해한 다음 한 개를 집었을 때, 그것이 적어도 한 면이 색칠되어 있는 작은 정육면체일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설

한 모서리에 작은 정육면체가 6 개씩 들어간 큰 정육면체의 겉면에 색칠을 했을 때, 한 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개) 이다.
색이 칠해지지 않은 정육면체일 확률은 $\frac{64}{512}$ 이다.
따라서 적어도 한 면이 색칠된 작은 정육면체일 확률은 $1 - \frac{64}{512} = \frac{448}{512} = \frac{7}{8}$ 이다.

23. 1 부터 100 까지 자연수가 각각 적힌 100 장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장을 꺼낼 때, 꺼낸 수의 약수가 홀수 개일 경우의 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

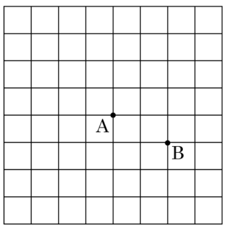
▶ 답 :

▷ 정답 : 10 개

해설

약수가 홀수 개인 수는 제곱수이다.
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 이므로 10 개이다.

24. 다음과 같은 도형에서 한 점 P 가 점 A 를 출발한 후, 선을 따라 7 개의 선분을 이동하여 점 B 로 가려고 할 때, 점 P 가 이동할 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 735 가지

해설

왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 움직인 횟수를 각각 a, b, c, d 라 하자.
이때, A 에서 B 로 이동하기 위해서는 오른쪽으로 적어도 2 회, 아래로 적어도 1 회를 움직여야 한다.
즉 $b \geq 2,\ d \geq 1$
또 7 번 움직였으므로 $a+b+c+d=7$
이때, B 가 A 보다 오른쪽으로 두 칸 떨어져 있으므로 오른쪽으로 움직인 횟수가 왼쪽으로 움직인 횟수보다 2 번 많아야 하고, B 가 A 보다 아래로 한 칸 떨어져 있으므로 아래로 움직인 횟수가 위로 움직인 횟수보다 1 번 더 많아야 한다.
즉, $b=a+2,\ d=c+1$
(1) $b=2$ 일 때, $a=0,\ d=3,\ c=2$
(2) $b=3$ 일 때, $a=1,\ d=2,\ c=1$
(3) $b=4$ 일 때, $a=2,\ d=1,\ c=0$
따라서 (1), (2), (3)에서 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$ 는 $(0,\ 2,\ 2,\ 3)$ 또는 $(1,\ 3,\ 1,\ 2)$ 또는 $(2,\ 4,\ 0,\ 1)$ 이므로
구하는 방법의 수는 $\frac{7!}{2!3!2!}+\frac{7!}{3!2!}+\frac{7!}{2!4!}=210+420+105=735$ (가지) 이다.

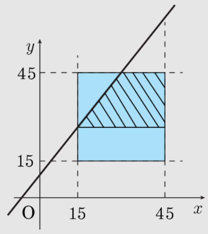
25. 10 시 x 분에 터미널에 도착한 버스는 10 분 간 정차하였다가 출발한다. 10 시 y 분에 도착한 어떤 사람이 이 버스를 탈 수 있는 확률을 구하여라. (단, $15 \leq x \leq 45,\ 15 \leq y \leq 45$) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$

해설

사람이 버스에 타려면 $y-x \leq 10$ 이어야 한다.
$y \leq x+10$ 을 그래프로 그리면 다음과 같다.



$x=15,\ x=45,\ y=15,\ y=45$ 로 둘러싸인 부분은 정사각형이고, 정사각형이 $y=x+10$ 에 의해 나누어졌을 때, 아래쪽의 사다리꼴이 버스에 탈 수 있는 경우다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{(30\times30)-(20\times20\times\frac{1}{2})}{30\times30}=\frac{7}{9}$ 이다.