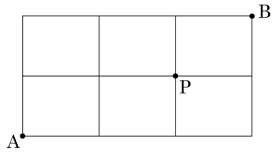
단원 종합 평가

1. 점 A 에서 점 B 까지 선을 따라 가는데 점 P 를 거쳐서 가장 짧은 거리로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

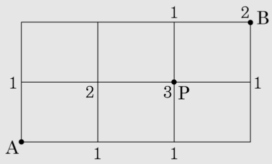


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

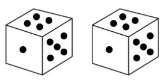
▷ 정답 : 6 가지

해설



점 A 에서 점 P 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 3 가지이고 점 P 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 2 가지이다.
따라서 점 A 에서 점 B 까지 가는 최단 경로의 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지) 이다.

2. 주사위 2개를 동시에 던졌을 때, 두 눈의 차가 0 또는 5인 경우의 수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 가지

해설

두 눈의 차가 0인 경우는
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6 가지이고, 두 눈의 차가 5인경우는 (1, 6), (6, 1) 의 2가지이다. 따라서 두 눈의 차가 0 또는 5인 경우의 수는 $6 + 2 = 8$(가지) 이다.

3. A, B, C, D 네 명의 후보 중에서 대표 2 명을 뽑을 때, A 가 뽑히지 않을 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 0

해설

네 명 중 두 명을 뽑을 경우 : 6 가지
A 를 제외한 세 명 중 두 명을 뽑을 경우 : 3 가지
$\therefore \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4. 자연수 x, y, z 가 짝수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ 일 때, $x + y + z$ 가 홀수일 확률을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{53}{105}$

해설

(x, y, z 모두 홀수일 확률) + (x, y, z 중 하나가 홀수일 확률)
$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{7}\right) = \frac{53}{105}$

5. 어느 패스트푸드점에 샌드위치 5종류, 음료수 3종류, 선택메뉴 4종류가 있다. 세트메뉴를 주문하면 샌드위치 1개, 음료수 1개, 선택메뉴 1개를 먹을 수 있다. 세트메뉴를 주문하는 방법은 모두 몇 가지인가? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 가지

해설

$5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

6. 두 개의 주사위를 던질 때, 눈의 합이 6 또는 9 인 경우의 수는? [배점 4, 중중]

① 7가지 ② 8가지 ③ 9가지
④ 10가지 ⑤ 11가지

해설

합이 6 인 경우 : $(1,\ 5),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (4,\ 2),\ (5,\ 1) \rightarrow$ 5가지
합이 9 인 경우 : $(3,\ 6),\ (4,\ 5),\ (5,\ 4),\ (6,\ 3) \rightarrow$ 4 가지
$\therefore\ 5 + 4 = 9$(가지)

7. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나올 경우의 수를 a, 소수의 눈이 나올 경우의 수를 b라 할 때 $a + b$의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

짝수가 나오는 경우는 2, 4, 6 으로 $a = 3$이고,
소수가 나오는 경우는 2, 3, 5 로 $b = 3$이다.
$\therefore\ a + b = 6$

8. 다음 숫자 카드 5 장을 사용하여 431 보다 큰 3 자리 수를 만들려고 할 때의 경우의 수를 구하여라.

1 3 4 6 7

[배점 4, 중중]

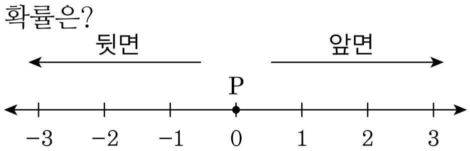
▶ 답 :

▷ 정답 : 32 가지

해설

i) 백의 자리 수가 4 이고, 431 보다 큰 수는
436, 437, 461, 463, 467, 471, 473, 476 ⇒ 8 가지
ii) 백의 자리 수가 6, 7 인 경우,
6 $\square\square$의 경우 $\rightarrow 4 \times 3 \Rightarrow 12$ 가지
7 $\square\square$의 경우 $\rightarrow 4 \times 3 \Rightarrow 12$ 가지

9. 다음 그림과 같이 점 P 가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 동전 한 개를 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 움직이기로 할 때, 동전을 네 번 던져 움직인 점 P 의 위치가 −2 일 확률은?



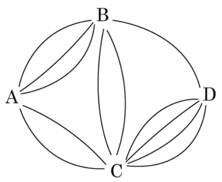
[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

해설

$1 \times 1 + (-1) \times 3 = -2$ 이므로 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나올 경우에 점 P 의 위치가 -2 가 된다.
그리고, 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나올 경우는 (앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞) 의 4 가지 이므로
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 이다.

10. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A 에서 D 로 가는 길의 수를 구하면 ?



[배점 5, 중상]

① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

$A \to B \to D : 3 \times 1 = 3$(가지)
$A \to C \to D : 2 \times 4 = 8$(가지)
$A \to B \to C \to D : 3 \times 2 \times 4 = 24$(가지)
$A \to C \to B \to D : 2 \times 2 \times 1 = 4$(가지)
따라서 A 에서 D 로 가는 경우의 수는
$3 + 8 + 24 + 4 = 39$(가지) 이다.

11. 다음 문장을 읽고 빈칸 ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣ - ㉤의 순서대로 들어갈 알맞은 수를 고르면?
청산이가 왼쪽에 2 개 손가락, 오른쪽에 3 개 손가락에 봉숭아물을 들이려고 한다. 이때 왼쪽에 봉숭아물을 들이는 경우의 수는 (㉠) 가지이고, 오른쪽에 봉숭아물을 들이는 경우의 수는 (㉡) 가지이다. 따라서, 두 손에 봉숭아물을 들이는 총 경우의 수는 (㉢) 가지이다. 이때 반드시 각각의 손에서 새끼손가락에 물을 들인다고 할 때의 경우의 수는 (㉣) 가지이다. 그러므로 왼쪽에 2 개 손가락, 오른쪽에 3 개 손가락에 봉숭아물을 들일 때 반드시 각 손의 새끼손가락에 물을 들이는 확률은 (㉤) 이다. [배점 5, 중상]

① $10 - 10 - 100 - 24 - \frac{6}{25}$
② $100 - 10 - 100 - 24 - \frac{6}{25}$
③ $100 - 100 - 10 - 24 - \frac{6}{25}$
④ $10 - 10 - 10 - 24 - \frac{6}{25}$
⑤ $100 - 10 - 10 - 24 - \frac{6}{25}$

해설

㉠ : $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (가지)
㉡ : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지)
㉢ : $10 \times 10 = 100$ (가지)
㉣ : $4 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 24$ (가지)
㉤ : $\frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

12. A, B, C, D, E 5 명 중에서 3 명을 뽑아 한 줄로 세울 때, A 가 B 보다 앞에 서게 될 확률은?
[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{3}{20}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

전체 경우의 수 :$5\times4\times3=60$(가지)
A 가 B 보다 앞에 서려면 일단 둘 다 뽑혀야 하고, 둘의 순서는 정해져 있으므로 세 명을 세우는 경우의 수에서 A , B 가 자리 바꾸는 경우는 나누어 주어야 한다.
따라서 이 경우의 수는 $\frac{3\times(3\times2\times1)}{2}=9$ (가지) 이다.
$\therefore \frac{9}{60}=\frac{3}{20}$

13. 자연수 $2, 3, 4, 5$ 를 무심히 배열하였을 때, 우연히 크기순으로 배열될 확률을 구하면?
[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

모든 경우의 수 : $4\times3\times2\times1=24$(가지)
크기가 큰 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
크기가 작은 순으로 배열하는 경우의 수 : 1 가지
$\therefore \frac{2}{24}=\frac{1}{12}$

14. 점 P 가 수직선의 원점 위에 놓여 있다. 동전 한 개를 5 번 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 움직이기로 할 때, 점 P 의 위치가 3 일 확률은 얼마인가? [배점 5, 중상]

① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{12}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

모든 경우의 수는 : $2^5=32$(가지)
앞 : a , 뒤 : $5-a$로 놓으면
$a-(5-a)=3$ 에서 $a=4$ 이다.
a 가 4 일 경우의 수는
(HHHHT), $\cdots$ (THHHH) : 5 가지
$\therefore \frac{5}{32}$

15. 다음 중 확률이 1 이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

① 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률
② 동전을 한 개 던질 때, 앞면이 나올 확률
③ 한 개의 주사위를 던질 때, 7 의 눈이 나올 확률
④ 1 에서 4까지의 숫자가 적힌 4장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 43 이하가 될 확률
⑤ 검은 공 5개가 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률

해설

① 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{6}{6}=1$
② $\frac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}}=\frac{1}{2}$
③ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, $\frac{0}{6}=0$
④ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{12}{12}=1$
⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{5}{5}=1$

16. 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a , b 라 할 때, $a < b+2$ 일 경우의 수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 26 가지

해설

$a < b+2$, $a-b < 2$

두 눈의 수를 뺀 값이 1 이하인 경우를 구하면

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),

(3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),

(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),

(5, 4), (5, 5), (5, 6),

(6, 5), (6, 6)

따라서 26 가지이다.

17. ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ 의 5 개의 문자를 사전식으로 배열할 때, ㄷㄴㄱㅁㄹ 은 몇 번째에 오는지 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56 번째

해설

ㄱ 이 맨 앞에 오는 경우의 수 :

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

ㄴ 이 맨 앞에 오는 경우의 수 :

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

ㄷ 이 맨 앞에 오고 ㄱ 이 둘째 번에 오는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

ㄷㄴㄱㅁㄹ 은 ㄷ 이 맨 앞에 오고 ㄴ 이 둘째 번에 오는 배열에서 둘째 번에 오는 순서이다.

(ㄷㄴㄱㄹㅁ, ㄷㄴㄱㅁㄹ, $\cdots$)

$\therefore 24+24+6+2 = 56$(번 째)

18. 6 개의 숫자 0, 1, 3, 5, 8, 9 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만들 때, 십의 자리 숫자가 천의 자리 숫자보다 크고, 백의 자리 숫자보다도 클 확률을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{10}$

해설

6 개의 숫자 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만드는 모든 경우의 수는

$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (가지)

이때, 십의 자리의 숫자가 천의 자리와 백의 자리 숫자보다 커야 하므로

(1) □□9□ 의 경우 : $4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)

(2) □□8□ 의 경우 : $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)

(3) □□5□ 의 경우 : $2 \times 2 \times 3 = 12$ (가지)

(4) □□3□ 의 경우 : $1 \times 1 \times 3 = 3$ (가지)

(1) ∼ (4) 에서 경우의 수는 $48+27+12+3 = 90$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{90}{300} = \dfrac{3}{10}$ 이다.

19. 집합 $A = \{x \mid x$는 한 자리의 자연수$\}$ 의 원소 중 4 개를 고를 때 그 합이 짝수일 확률을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{21}$

해설

A 의 원소는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 의 9 개이다. 이 중 4개를 고르는 방법의 모든 경우의 수는 $\frac{9\times8\times7\times6}{4!}=126$ (가지) 이다.
이때, 4 개의 원소의 합이 짝수가 되려면
(1) 모두 짝수인 경우 : $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 의 1 (가지)
(2) 2 개가 짝수인 경우 :
짝수 2 개를 고르는 경우 $\frac{4\times3}{2}=6$ (가지)
홀수 2 개를 고르는 경우 $\frac{5\times4}{2}=10$ (가지)
이므로 $6\times10=60$ (가지)
(3) 모두 홀수인 경우 : 1, 3, 5, 7, 9 중에서 4 개를 고르는 경우이므로
$\frac{5\times4\times3\times2}{4!}=5$ (가지)
(1), (2), (3) 에서 경우의 수는
$1+60+5=66$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{66}{126}=\frac{11}{21}$ 이다.

20. 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합을 만들 때, 그 부분집합의 원소가 홀수로 이루어질 확률은?

[배점 5, 상하]

① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

집합 $\{1,2,3,4,5\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5=32$ (개) 이고, 이중에서 홀수인 원소는 1, 3, 5 이므로 부분집합의 개수는 $2^3=8$(개) 이다. 그러나 공집합($\varnothing$) 은 빼야 하므로 7 개이다.
따라서 구하려는 확률은 $\frac{7}{32}$ 이다.

21. $1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0 을 적어도 2 개는 포함하는 이진수를 고를 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

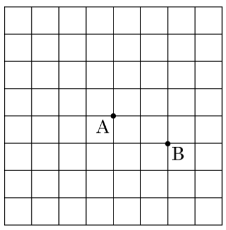
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{503}{512}$

해설

$1_{(2)}$ 부터 $100000000_{(2)}$ 까지의 이진수의 개수는 2^9 개이고
(1) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 경우 : 1 가지
(2) 숫자 0 을 한 개 포함하는 경우 : 8 가지
숫자 0 을 적어도 두 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1)과 (2)의 경우의 수를 뺀 것이므로
구하는 확률은 $1-\frac{9}{2^9}=\frac{503}{512}$ 이다.

22. 다음과 같은 도형에서 한 점 P 가 점 A 를 출발한 후, 선을 따라 7 개의 선분을 이동하여 점 B 로 가려고 할 때, 점 P 가 이동할 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 735 가지

해설

왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 움직인 횟수를 각각 $a,\ b,\ c,\ d$ 라 하자.
이때, A 에서 B 로 이동하기 위해서는 오른쪽으로 적어도 2 회, 아래로 적어도 1 회를 움직여야 한다.
즉 $b \geq 2,\ d \geq 1$
또 7 번 움직였으므로 $a + b + c + d = 7$
이때, B 가 A 보다 오른쪽으로 두 칸 떨어져 있으므로 오른쪽으로 움직인 횟수가 왼쪽으로 움직인 횟수보다 2 번 많아야 하고, B 가 A 보다 아래로 한 칸 떨어져 있으므로 아래로 움직인 횟수가 위로 움직인 횟수보다 1 번 더 많아야 한다.
즉, $b = a + 2,\ d = c + 1$
(1) $b = 2$ 일 때, $a = 0,\ d = 3,\ c = 2$
(2) $b = 3$ 일 때, $a = 1,\ d = 2,\ c = 1$
(3) $b = 4$ 일 때, $a = 2,\ d = 1,\ c = 0$
따라서 (1), (2), (3)에서 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$ 는 $(0,\ 2,\ 2,\ 3)$ 또는 $(1,\ 3,\ 1,\ 2)$ 또는 $(2,\ 4,\ 0,\ 1)$ 이므로
구하는 방법의 수는 $\dfrac{7!}{2!3!2!} + \dfrac{7!}{3!2!} + \dfrac{7!}{2!4!} = 210 + 420 + 105 = 735$ (가지) 이다.

23. 다음 그림과 같이 일정한 간격으로 16 개의 점이 있다. 이 점 중 임의의 두 점을 연결하여 만든 서로 다른 직선의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 62 개

해설

서로 다른 두 점이 한 직선을 결정하므로 16 개의 점을 이어서 만들어지는 직선의 수는
$\dfrac{16 \times 15}{2} = 120$(개) 이다.
이 중 동일한 직선 위의 세 점을 이은 4 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $4 \times (3 - 1) = 8$ 이다.
네 점을 이은 10 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $10 \times (6 - 1) = 50$(개) 이다.
따라서 구하는 직선의 개수는 $120 - 8 - 50 = 62$(개) 이다.

24. 정십칠각형의 17 개의 꼭짓점 중 4 개를 이어서 사각형을 만들려고 한다. 이러한 사각형 중 사다리꼴의 개수를 모두 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 816 개

해설

정십칠각형의 외접원을 그리고 정십칠각형의 꼭짓점을 차례로 $A_1, A_2, \cdots, A_{17}$ 이라 하자.
A_1 을 지나는 외접원의 지름에 대하여 대칭인 사다리꼴의 개수는 $A_2, A_3, \cdots, A_9$ 중에서 2 개의 꼭짓점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{8 \times 7}{2} = 28$(가지) 이다.
이때, 각각의 꼭짓점에 대하여 같은 방법으로 생각하면 사다리꼴의 개수는 $17 \times 28 = 476$(개) 이다.

25. 크기가 서로 다른 두 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 차가 3 일 확률은? [배점 6, 상중]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{5}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

서로 다른 두 주사위를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이며, 두 눈의 차가 3 인 경우는 $(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)$ 으로 6 가지이다.
따라서 두 눈의 차가 3 일 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.