

1. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80 점 이상인 과목
 ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
 ③ 기말고사 때 잘 본 과목
 ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
 ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ ‘잘’ 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
 ④ ‘못 본’ 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, ‘가장’ 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
 ⑤ ‘좋은’ 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

2. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ㉠ $1 \notin A$ ㉡ $2 \in A$ ㉢ $3 \in A$
 ㉣ $4 \notin A$ ㉤ $5 \in A$ ㉥ $6 \notin A$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉥
 ② ㉡, ㉣, ㉥
 ③ ㉠, ㉣, ㉥, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉥, ㉥
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥, ㉥, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.
 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $\{\text{전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불}\} = \{x \mid x \text{는 전자제품}\}$
 ㉡ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지}\}$
 ㉢ $\{\text{매화, 난초, 국화, 대나무}\} = \{x \mid x \text{는 사군자의 이름}\}$
 ㉣ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$
 ㉤ $\{1, 3, 17, 51\} = \{x \mid x \text{는 } 51 \text{의 약수}\}$
 ㉥ $\{\text{징, 장구, 북, 팽과리}\} = \{x \mid x \text{는 사물놀이에 쓰이는 악기}\}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉡, ㉣ ② ㉣, ㉥, ㉥ ③ ㉠, ㉡, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉥ ⑤ ㉣, ㉥

해설

- ㉞ $\{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지가 } 0, 1, 2, 3 \text{ 이다.}\}$
 ㉟ $\{0 \text{과 } 1 \text{ 사이의 분수}\}$ 는 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots\right\}$ 이다.

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 10보다 작은 2의 배수}\}$,
 $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$,
 $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 10보다 작은 2의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

5. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에
 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
 [배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3, 10, 17, \dots\}$
 ① $3 \in A$
 ② $4 \notin A$
 ④ $10 \in A$

6. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x \mid x \text{는 40 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 3의 배수}\}$ 에 대하여
 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두
 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9는 포함하지
 않고 12는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

8. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

9. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 \text{ 일 때,}$$

$$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$\therefore n(A) = 8$$

10. 두 집합 $A = \{0, 1\}, B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?
[배점 5, 중상]

① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

11. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.
㉡ $2 \in A, 6 \in A$
㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로

$$2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$$

$$4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$$

12. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

13. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면,

집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.

따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$ 이므로 $n(C) = 8$

14. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\begin{aligned} & \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \\ & \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\} = \\ & , \\ & a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.} \\ & \therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16} \end{aligned}$$