

단원 종합 평가

1. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ㉡ $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$
- ㉢ $\{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
- ㉣ $\{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$
- ㉤ $\{x|x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) ㉠

▷ 정답: (2) ㉢

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

- (1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2의 배수)라는 점이고
- (2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18의 약수라는 점이다.

2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

- ㉠ $1 \in A$ ㉣ $3 \in A$
- ㉡ $4 \notin A$ ㉤ $12 \in A$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

5의 약수는 1, 5이다.

3. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, A 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,

(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $7 + 1 = 8$ 개이므로, $2^n = 8 \therefore n = 3$ 이다.

4. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여
 $n(U) = 11, n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.
 [배점 2, 하중]

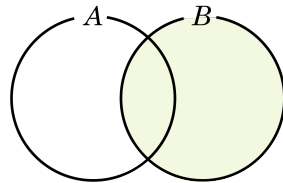
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

5. 다
음
벤
다이어그램에서



$n(A) = 15, n(A \cap B) = 4, n(A \cup B) = 24$ 일 때,
 색칠된 부분의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13개

해설

색칠된 부분은 집합 B 를 의미하므로 집합 B 의
 원소의 개수를 구하면 된다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 임을 이용}$$

$$\text{하면 } 24 = 15 + n(B) - 4$$

$$\text{따라서 } n(B) = 13 \text{ 이다.}$$

6. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일
 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\} \text{ 이므로 } n(A) = 5$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$$

7. 8 의 약수의 집합을 A , 5 이하의 홀수의 집합을 B
 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답
 2 개) [배점 3, 하상]

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $8 \in A$

④ $2 \notin B$

⑤ $5 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8 이고 집합 B 의 원소는
 1, 3, 5 이므로 $8 \in A, 5 \in B$ 이다.

8. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의
 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는
 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$
 (개)

9. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
 ② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.
 ③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.
 ④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.
 ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}, B = \{1, b, 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

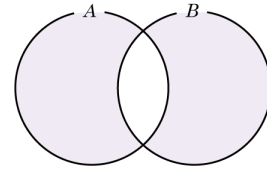
▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A = B$ 이므로 $b = 2, a+1 = 7, a = 6$
 $\therefore a+b = 8$

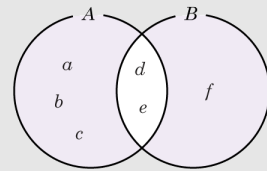
11. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{d, e, f\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$ ② $\{b, c\}$
 ③ $\{a, c, f\}$ ④ $\{a, d, f\}$
 ⑤ $\{a, b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, b, c, f\}$ 이다.

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13$, $n(B) = 9$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 13 + 9 - 5 = 17 \end{aligned}$$

13. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 3, 중하]

- ① 우리 중학교에서 키가 큰 학생의 모임
- ② 우리 중학교에서 학급 회장들의 모임
- ③ 0 보다 크고 1 보다 작은 자연수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수의 모임

해설

- ① ‘키가 큰’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수는 알 수 없다.

14. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$
(부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

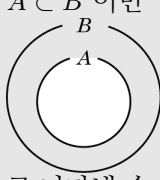
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ㉠ $A \cap B = A$ | ㉡ $A \cup B = A$ |
| ㉢ $A - B = \emptyset$ | ㉣ $B - A = \emptyset$ |
| ㉤ $A^c \subset B^c$ | |

[배점 3, 중하]

- ① ㉡, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉣

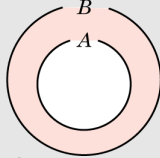
- ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉤

해설

$A \subset B$ 이면

로 나타낼 수 있다.

㉡ $A \cup B = B$

㉣


㉤ $B^c \subset A^c$

16. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 5명의 학생이 각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 오답으로 탈락하는 학생은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

은서 : $A \cup B = B$

준서 : $A \cap B = A$

성수 : $B - A = \emptyset$

윤호 : $B^c \subset A^c$

대성 : $A \cap B^c = \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 성수

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cup B = B, A \cap B = A, A - B = \emptyset, B^c \subset A^c, A \cap B^c = \emptyset$ 이다.

17. 두 집합 A, B 에 대하여

$n(A - B) = 3, n(B - A) = 5, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

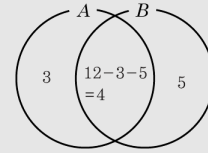
▷ 정답 : 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

18. 100 이하의 자연수 중에서 3의 배수이거나 4의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50개

해설

3의 배수인 집합을 A 라 하고, 4의 배수인 집합을 B 라 하자.

3의 배수이면서 4의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.

3의 배수이거나 4의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 33, n(B) = 25, n(A \cap B) = 8 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 33 + 25 - 8$$

$$x = 50$$

19. $n(A) = 14, n(B) = 23, n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ n(A - B) &= 14 - 7 = 7 \\ n(B - A) &= 23 - 7 = 16 \\ \therefore n(B - A) - n(A - B) &= 16 - 7 = 9 \end{aligned}$$

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11 \text{ 이다.}$$

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

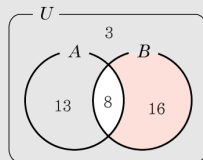
20. 우리 반 학생 40명 중에서 백일장에서 글을 쓴 학생은 21명, 그림을 그린 학생은 24명, 글도 쓰고 그림도 그린 학생은 8명이다. 이때, 그림만 그린 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16명

해설

전체학생을 U , 글을 쓴 학생을 A , 그림을 그린 학생을 B 라 할때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 그림만 그린 학생 수는 16명이다.

22. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 7인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 9의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 11 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 1보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

21. 지우네 반 학생 30명 중 게임기를 가진 학생은 21명, 휴대전화기를 가진 학생은 19명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는? [배점 3, 중하]

- ① 8명 ② 11명 ③ 19명
- ④ 21명 ⑤ 30명

23. $n(\{1, 3, 5, 7\}) - n(\{1, 5, 7\}) + n(\{0, \emptyset\})$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

28. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$,
 $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 27\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

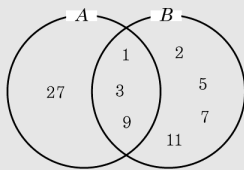
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 벤
 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이다.
 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 38$ 이다.

29. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것
 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
 ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 } 4 \text{로 나눈 나머지}\}$
 ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
 ⑤ $A = \{x \mid 0 < x \leq 3 \text{인 자연수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도
 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

30. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{미만의 자연수}\}$ 이고 집합 B 는
 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B
 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을
 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k = 8$$

B 의 원소의 개수가 8개 이므로, 집합 A 의 부분
 집합의 수는 8개이다.

$$2^{(n \text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

31. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B =$
 $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음
 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B = \{12, 15\}$$

$$X \subset A, B \subset X \text{ 이므로 } B \subset X \subset A$$

$$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는
 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므
 로

$$\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$$

$$\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$$

$$\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\} \text{의 } 6 \text{개이다.}$$

32. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{이하의 소수}\}$ 에 대하여
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중
 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
 ② $A \cap B^c = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$
 ② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

33. A 반 학생 60 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 33
 명, 영어를 좋아하는 학생은 30 명이고, 수학과 영어
 중 한 과목만 좋아하는 학생은 29 명이라고 한다.
 이때, 수학과 영어도 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지
 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14 명

해설

수학을 좋아하는 학생의 수 : $n(A) = 33$,
 영어를 좋아하는 학생의 수 : $n(B) = 30$
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29$,
 $n(A \cap B) = (33 + 30 - 29) \div 2 = 17$,
 $n(A \cup B) = 46$
 $\therefore n(U) - n(A \cup B) = 14$ (명)