

단원 종합 평가

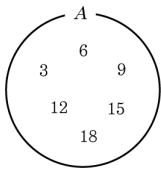
1. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, $\square$ 안에 $\in$ 기호가 들어가야 하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$
 ④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다. 3과 6, 7은 집합 A 의 원소가 아니고 1과 4는 집합 A 의 원소이다.

2. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 3, 6, 7\}$, $B^c = \{1, 2, 4, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= (A^c)^c = \{1, 4, 5\} \\ B &= (B^c)^c = \{3, 5, 6\} \\ \therefore A \cup B &= \{1, 3, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은? [배점 2, 하중]

- ① $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
 ② $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
 ③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$, $A \cup B = \{1, 3, 6\}$
 ④ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
 ⑤ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

해설

교집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
 따라서 문제의 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ 이고 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ 이다.

5. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여
 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.
 [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

6. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 1\}$
 ② $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ③ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, b, a\}$
 ④ $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$$\textcircled{5} B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$$

7. 집합 $\{1, 3, 5, 7\}$ 에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는?
 [배점 3, 하상]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

$$2^{(1, 5 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

8. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여
 $A - (A \cap B)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 3\}$
 ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

해설

$$A - (A \cap B) = A - B = \{1, 3, 5, 6\} - \{5, 6\} = \{1, 3\} \text{ 이다.}$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
 [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$
 ② $(A \cap B) \subset A$
 ③ $A \cap B = B$
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$$A \cup B = A \text{ 이면 } B \subset A \text{ 이다.}$$

- ① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

10. 어느 학급의 학생 중 수영반에 들어 있는 학생이 20 명, 배드민턴반에 들어 있는 학생이 18 명, 수영반과 배드민턴반에 모두 들어 있는 학생이 6 명이다. 이때, 수영반이나 배드민턴반에 들어있는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32 명

해설

수영반에 들어 있는 학생을 집합을 A 라 하고, 배드민턴반에 들어 있는 학생을 집합 B 라고 하자. 수영반과 배드민턴반 모두 들어 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 6$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 18 - 6$$

$$x = 32$$

11. 두 집합 A, B 에 대하여

$$n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cap B) = 6 \text{ 일 때,}$$

$n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

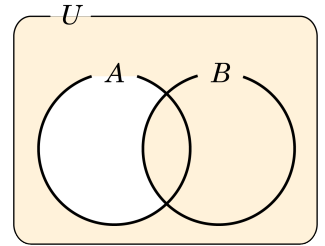
해설

$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 15 - 6 = 29 \text{ 이므로}$$

$$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 6 = 23 \text{ 이다.}$$

12. 다음 벤 다이어그램에서



$n(U) = 57, n(A) = 19, n(B) = 33, n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 41

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$$

$$54 = 57 - n(A \cap B) \text{ 에서 } n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

13. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x | x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x | x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

14. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} n(\emptyset) &= 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1 \\ n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) &= 2 \end{aligned}$$

15. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$\{b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
즉, $2^3 = 8$

16. $A = \{1, a, 5\}, B = \{a + 1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은? [배점 3, 중하]

- ① $\{4\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{4, 7\}$
④ $\{3, 7\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.

17. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{1, 2, 3, \dots, 12\} \\ A &= \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\} \\ A - B^c &= A \cap B = \{1, 2\} \end{aligned}$$

18. $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합

$A = \{a, b, c\}, B = \{c, d, f\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A^c = \{d, e\}$
② $B^c = \{a, b, c\}$
③ $A \cap B^c = \{a, b\}$
④ $(A \cap B)^c = \{b, d, e, f\}$
⑤ $(A \cup B)^c = \{d, e\}$

해설

$$\begin{aligned} ① \quad A^c &= \{d, e, f\} \\ ② \quad B^c &= \{a, b, e\} \\ ④ \quad (A \cap B)^c &= \{a, b, d, e, f\} \\ ⑤ \quad (A \cup B)^c &= \{e\} \end{aligned}$$

19. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여
 $n(U) = 40, n(A) = 19, n(B) = 27$ 이고
 $n((A \cup B)^c) = 3$ 일 때, $n(A^c \cup B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 40 - 3 \\ &= 37 \\ n(A \cap B) &= 19 - 8 = 11 \\ n(A^c \cup B) &= 40 - 10 = 30 \end{aligned}$$

20. 민호네 학교 학생 100 명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62명, B 동아리에 가입한 학생이 59명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13 명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^c \cap B^c$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13(\text{명}) \end{aligned}$$

21. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.

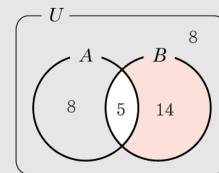
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14 명이다.

22. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

- ① $3 \in A$
 ② $4 \notin A$
 ④ $10 \in A$

23. $n(\{1, 3, 5, 7\}) - n(\{1, 5, 7\}) + n(\{0, \emptyset\})$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$n(\{1, 3, 5, 7\}) - n(\{1, 5, 7\}) + n(\{0, \emptyset\}) \\ = 4 - 3 + 2 = 3$$

24. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$

④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

25. 두 집합 $A = \{1, 2, a, 6\}$, $B = \{2, b, 3, 1\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$A = B \text{ 이므로 } a = 3, b = 6 \\ \therefore a + b = 9$$

26. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 12, a - 3, b + 3, 4\}$ 가 서로 같을 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
 $B = \{1, 2, 4, 12, a - 3, b + 3\}$ 이므로,
 $a - 3 = 3, b + 3 = 6$ 또는 $a - 3 = 6, b + 3 = 3$ 이어야 한다.
 하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a - 3 = 3, b + 3 = 6$ 이다.
 따라서 $a = 6, b = 3$ 이고, $a \div b = 2$ 이다.

27. 100 이하의 자연수 중에서 3 의 배수이지만 5 의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 개

해설

$$n(A) = 33, n(B) = 20, n(A \cap B) = 6 \text{ 이다.} \\ \therefore n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 33 - 6 = 27 \text{ 이다.}$$

28. 어느 학급에서 어느 날 갑자기 교과서를 검사하였더니 영어 책을 가져 온 학생이 15 명이고, 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생이 8 명, 영어 책 또는 수학 책을 가져 온 학생이 55 명이었다. 수학 책을 가져 온 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 48 명

해설

영어 책을 가져 온 학생을 집합 A 라 하고, 수학 책을 가져 온 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 영어 책과 수학 책을 모두 가져 온 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

수학 책을 가져 온 학생, 즉 $n(B)$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$55 = 15 + x - 8$$

그러므로 x 는 48이다.

29. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

$$B \subset A, \{1, 3\} \subset B, n(B) = 5$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 4, 12\},$

$\{1, 2, 3, 6, 12\}, \{1, 3, 4, 6, 12\}$

30. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6 개

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B = \{12, 15\}$$

$$X \subset A, B \subset X \text{ 이므로 } B \subset X \subset A$$

$$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 집합이므로

$$\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$$

$$\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$$

$$\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\} \text{ 의 6 개이다.}$$

31. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}, B = \{2, 4, 8, 10\}$ 에 대하여 $A * B = (A \cup B) - A$ 라고 할 때, $(A * B) * A$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

해설

$$B \subset A \text{ 이므로 } A * B = \emptyset$$

$$(A * B) * A = A$$

$$\therefore A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

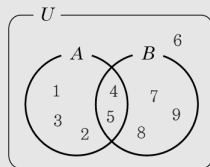
32. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^C \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B - A = \{7, 8, 9\}$, $A^C \cap B^C = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 5$ 이다.



33. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A \cup B) = 38$, $n(A \cap B) = 9$, $n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\ &= 38 - 9 - 16 \\ &= 13 \\ n((A - B)^C) &= n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37 \end{aligned}$$