

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ A 는 무한집합이다.
- ㉡ A 는 유한집합이다.
- ㉢ $A = \{1, 2, 4\}$
- ㉣ $A = \emptyset$
- ㉤ $A = \{\emptyset\}$
- ㉥ $A = \{0\}$
- ㉦ $n(A) = 1$
- ㉧ $n(A) = 0$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢, ㉦ ② ㉡, ㉣, ㉧ ③ ㉠, ㉣, ㉧
 ④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉦

해설

4의 약수 : 1, 2, 4
 8의 배수 : 8, 16, 24, ...
 따라서 8보다 큰 4의 약수는 없다.
 즉 $A = \emptyset$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$
 $4 \in B$ 이어야 하므로 $a = 4$ 이다.

3. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ② $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{미만의 짝수}\}$
- ③ $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ④ $B = \{x|x \text{는 } 30 \text{미만의 } 6 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $B = \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

- $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
 - ② $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 - ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 - ④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$
 - ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
- ④ 8개 ⑤ 16개

해설

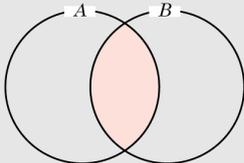
$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개) 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?
[배점 3, 중하]

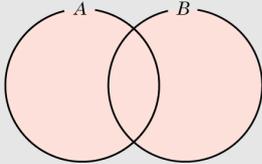
- ① $A \cap \emptyset = A$
- ② $B \cup \emptyset = \emptyset$
- ③ $(A \cap B) \subset B$
- ④ $(A \cup B) \subset A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

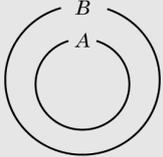
- ① $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ② $B \cup \emptyset = B$
- ③ $(A \cap B) \subset B$



- ④ $(A \cup B) \supset A$



- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



6. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$,
 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: \emptyset

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

7. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때,
 $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $n(A \cap B) = 17$

▶ 정답: $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$$n(A \cap B) = n(A) = 17$$

$$n(A \cup B) = n(B) = 35$$

8. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x \mid x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

$$\text{① } n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$$

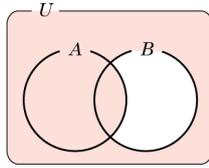
$$\text{② } n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$$

$$\text{③ } n(\{4\}) = 1$$

$$\text{④ } n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$$

$$\text{⑤ } n(\{3\}) = 1$$

13. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A^c \cap B^c$ ② $(A \cap B)^c$ ③ $A^c \cup B^c$
 ④ $A \cup B^c$ ⑤ $A^c - B$

해설

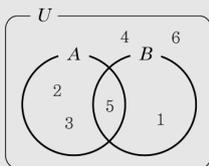
주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $A \cup B^c$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A \cap B = \{5\}, A \cap B^c = \{2, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, $A^c \cap B$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{1, 2\}$
 ④ $\{1, 3\}$ ⑤ $\{1, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c \cap B = B - A = \{1\}$ 이다.



15. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여
 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자.
 $X = \{3, 6, 9, \dots\}, Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때,
 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는
 $x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고
 $x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고
 $x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

16. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
 ④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합
 ② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
 ③ 무한집합
 ④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
 ⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

17. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 5, 중상]

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\}$
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\}$
- ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\}$

해설

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$ 이므로 유한 집합이다.
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수인 짝수}\} = \{6, 12, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 } 10 \text{보다 작은 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

18. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ① $1 \in A$
- ㉠ $\{2, 4\} \subset A$
- ② $\{4\} \in A$
- ㉡ $\{4, 6\} \in A$
- ③ $n(A) = 5$

[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답: ①
- ▷ 정답: ㉠
- ▷ 정답: ③

해설

- ① $1 \notin A$
- ㉠ $\{4\} \subset A$
- ③ $\{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

19. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 16개 더 많을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 9

해설

부분집합의 개수는 (2의 거듭제곱) 개이므로
 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... 이다.
 이 중에서 차가 16인 두 수는 16과 32이다.
 $\therefore 2^{n(A)} = 32 = 2^5, 2^{n(B)} = 16 = 2^4$
 $(\because n(A) > n(B))$
 $\therefore n(A) = 5, n(B) = 4$
 $\therefore 5 + 4 = 9$

20. 두 집합 A, B에 대하여

$n(A) = 23, n(B) = 39, n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음
 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두
 고르면?

보기

$A - B$ A

[배점 5, 중상]

- ① \in ② \subset ③ \supset ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로
 $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 $A - B$ A 에서 안에 들어갈 수 있는 기호는
 $\subset, \supset, =$ 이다.

21. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$A = \{x | x \text{는 12 이하의 2의 배수}\}, B =$
 $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이
 므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

22. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
 ⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

23. 집합 P에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다.

$A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로
 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\},$
 $\{\{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

24. 집합

$A = \{x | x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 64개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로

$$A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

25. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합

$A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $A_4 \subset A_2$

② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4의 배수는 2의 배수이므로 옳다.

② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6의 배수는 2의 배수이므로 옳다.

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2와 5의 공배수의 집합은 10의 배수의 집합과 같으므로 옳다.

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2의 배수에서 3의 배수를 제외한 것은 6의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

26. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9,$$

$$n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset \text{ 일 때,}$$

$n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

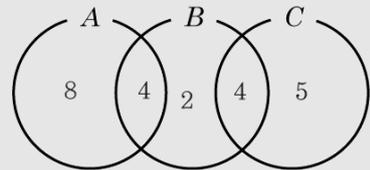
▷ 정답: 23

해설

$$n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15 \text{ 이므로}$$

$$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$

27. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 12개

해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$

$n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2 를 포함하고 4, 8 을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4$ (개), X 가 4 를 포함한 경우와 8 을 포함한 경우도 마찬가지이므로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12$ (개) 이다.

28. 두 집합 $A = \{2, 1, a+3, b\}$, $B = \{4, a, b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

(i) $a+3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b+1\}$

$b+1 = 2$, $b = 1$ (×)

(ii) $b = 4$ 일 때,

$A = \{2, 1, a+3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a+3 = 5$, $a = 2$ (○)

∴ $a+b = 2+4 = 6$

29. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 36$, $n(A) = 15$, $n(B) = 18$

$n(A - B) = 8$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로

$8 = 15 - n(A \cap B)$, $n(A \cap B) = 7$

$n(A \cup B)$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

30. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x|x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을

만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 64개

해설

$$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$$

$$A = \{x|x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\},$$

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)

31. 전체집합 U 의 부분집합인 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 9 개, 10 개, 11 개이다.

$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset$ 일 때, $n(B \cap C) - n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(A - B) \cup (B^c \cup C)^c = \emptyset \text{ 이므로}$$

$$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$$

$$(B^c \cup C)^c = \emptyset \rightarrow B - C = \emptyset \rightarrow B \subset C$$

$$\therefore n(B \cap C) - n(A \cup B) = n(B) - n(B) = 0$$

32. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합

$$B = \{a, b, c, d, e, f\} \text{ 일 때, } A \cap X = \{a, e\},$$

$c \notin X, X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$$2^{6-2-2} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$

33. 두 집합

$$A = \{3, 2a - 5, 2a + 1\}, B = \{a - 2, a, a + 2\} \text{ 에 대하여 } A \cap B^c = \{7\} \text{ 일 때, } a \text{ 를 구하여라.}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$A = \{3, 2a - 5, 2a + 1\}, B = \{a - 2, a, a + 2\} \text{ 이고}$$

$A \cap B^c = A - B = \{7\}$ 이므로 집합 A 에는 원소 7 이 반드시 있다.

(1) $2a - 5 = 7$ 일 때, $a = 6$ 이고

$$A = \{3, 7, 13\}, B = \{4, 6, 8\} \text{ 이다.}$$

이때 $A - B \neq \{7\}$ 이므로 성립할 수 없다.

(2) $2a + 1 = 7$ 일 때, $a = 3$ 이고

$$A = \{1, 3, 7\}, B = \{1, 3, 5\} \text{ 이다.}$$

이때 $A - B = \{7\}$ 이므로 성립된다.

$$\therefore a = 3$$