

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
 ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
 ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
 ㉣ 50에 가까운 수의 모임
 ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉠ ‘가까운’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
 ㉢ ‘유명한’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
 ② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$
 ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
 ④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 4$
 ⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때,
 $n(A) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$
 ② $n(A) = 1$
 ③ $3 - 2 = 1$
 ④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

3. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

- $A = \{3, 10, 17, \dots\}$
 ① $3 \in A$
 ② $4 \notin A$
 ④ $10 \in A$

4. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

5. 다음 중 무한집합은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
 ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
 ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
 ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
 ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다.
 ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
 ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
 ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2, 3 뿐이다.

6. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1 시간씩 달리기 연습을 한다.
 ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
 ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
 ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
 ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
 ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
 ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
 ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
 ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ㉤ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

7. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
 ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

8. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
 ④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합
 ② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
 ③ 무한집합
 ④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
 ⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

9. 다음 중 무한집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$
 ② $B = \{x \mid x \text{는 1보다 작은 분수}\}$
 ③ $C = \{x \mid x \text{는 3의 배수인 짝수}\}$
 ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 10보다 작은 자연수}\}$
 ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\}$

해설

- ① $A = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots, 100\}$ 이므로 유한 집합이다.
 ② $B = \{x \mid x \text{는 1보다 작은 분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.
 ③ $C = \{x \mid x \text{는 3의 배수인 짝수}\} = \{6, 12, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 2 \times n, n \text{은 10보다 작은 자연수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 18\}$ 이므로 유한집합이다.
 ⑤ $E = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{100}{x} \text{을 자연수로 만드는 자연수}\right\} = \{1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100\}$ 이므로 유한집합이다.

10. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

11. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$$

12. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면,

집합 A , B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.

따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$ 이므로 $n(C) = 8$

13. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\begin{aligned} & \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \\ & \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\} = \\ & , \\ & a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.} \\ & \therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16} \end{aligned}$$