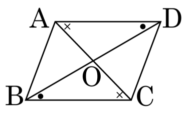
약점 보강 2

1. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$

[배점 5, 중상]

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

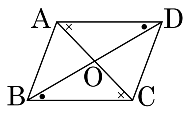
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[배점 4, 중중]

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{AD}$, $\overline{CD} \,//\, \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

3. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것을 골라라.

> ㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
>
> ㉡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
>
> ㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
>
> ㉣ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
>
> ㉤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

[배점 2, 하하]

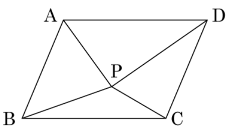
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같아야 한다

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PAB 의 넓이가 30cm^2, $\triangle$PCD 의 넓이가 20cm^2 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle\text{PAB} + \triangle\text{PDC} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$ 이므로

$30 + 20 = \frac{1}{2} \times \square\text{ABCD}$

$\therefore \square\text{ABCD} = 100\text{cm}^2$

5. 평행사변형이 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

> 조건1 : 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
> 조건2 : 대각선의 길이가 같다.

[배점 2, 하중]

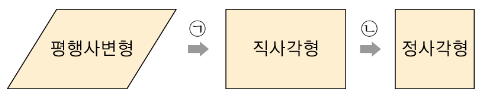
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다.
대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.
두 조건을 종합하면 정사각형이 된다.

6. 다음 그림에서 ㉠, ㉡에 알맞은 조건을 보기에서 순서대로 고르면?



> ㉠ 두 대각선의 길이가 같다.
>
> ㉡ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
>
> ㉢ 두 대각선이 수직으로 만난다.

[배점 3, 하상]

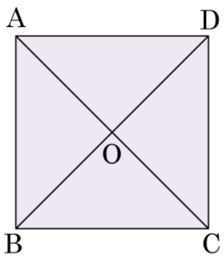
① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉢, ㉡

④ ㉠, ㉢　　⑤ ㉡, ㉠

해설

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이므로 ㉠를 택하고, 마름모와 직사각형의 교집합이 정사각형이므로 마름모의 성질인 ㉢를 택한다.

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



[배점 3, 하상]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

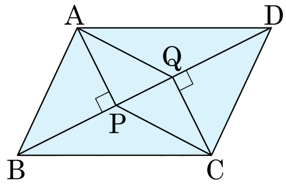
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다. 하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

8. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 3, 하상]

① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$

② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$

④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)

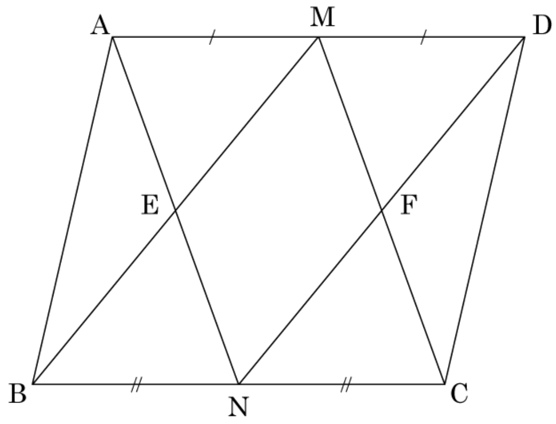
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 다음과 같이 각 평행사변형의 꼭짓점에서 선을 그었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



㉠ $\triangle AEM \equiv \triangle ABE$
㉡ $\triangle ABM \equiv \triangle ABN$
㉢ $\triangle AND \equiv \triangle MBC$
㉣ $\overline{AN} = \overline{MC}$
㉤ $\overline{BM} = \overline{ND}$

[배점 3, 하상]

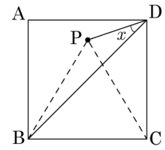
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $\triangle AEM$ 과 $\triangle ABE$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.
㉡ $\triangle ABM$ 과 $\triangle ABN$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.

10. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\triangle PBC$ 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\ \ )°$ 이다.
( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

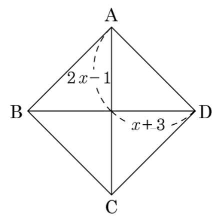
① 10° ② 15° ③ 20°

④ 25° ⑤ 30°

해설

$\angle CDB = 45°$,
$\angle PCD = 30°$ 이고 $\overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로
$\angle CDP = 75°$,
$\therefore \angle x = 75° - 45° = 30°$

11. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



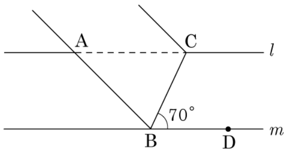
[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.
$2x - 1 = x + 3 \quad \therefore\ x = 4$

12. 다음 직사각형 모양의 종이를 $\overline{BC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle CBD = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하면?



[배점 3, 하상]

① 30° ② 35° ③ 40°

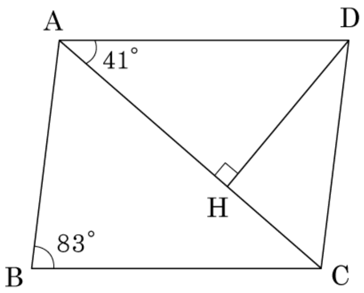
④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle CBD = \angle ACB = 70°$ ($\because$엇각)이고 $\angle CBD = \angle ABC = 70°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle BAC = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 83°$, $\angle DAC = 41°$ 이고 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\angle HDC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34°

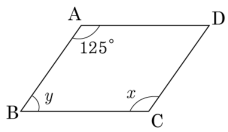
해설

$\angle ADH = 90° - 41° = 49°$

$\angle B = \angle D = 83°$

$\therefore\ \angle HDC = 83° - 49° = 34°$

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 125°$ 인 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

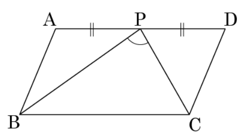
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 125°$

해설

$x = 125°$, $y = 180° - 125° = 55°$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BPC = 90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$

$\angle ABP = \angle APB, \angle DPC = \angle DCP$

$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로

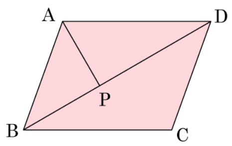
$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$

$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$

$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$

$= 180° - 90° = 90°$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $70cm^2$ 이고 $\overline{BP} : \overline{PD} = 2 : 3$ 이다. $\triangle ABP$ 의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $5cm^2$ ② $10cm^2$ ③ $14cm^2$
④ $21cm^2$ ⑤ $25cm^2$

해설

$\triangle ABD = \frac{70}{2} = 35(cm^2) = \triangle ABP + \triangle ADP$

$2 : 3 = \triangle ABP : \triangle APD$

$\therefore \ \triangle ABP = 35 \times \frac{2}{5} = 14(cm^2)$

17. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

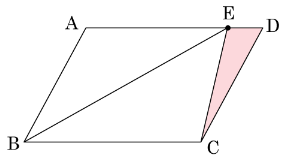
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

18. 다음 그림과 같이 넓이가 100cm^2 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\text{AD}}$ 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\text{AE}} : \overline{\text{DE}} = 4 : 1$ 일 때 $\triangle\text{ECD}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle\text{ABE}$, $\triangle\text{ECD}$, $\triangle\text{EBC}$ 의 높이는 모두 같다.
$\overline{\text{AE}} + \overline{\text{ED}} = \overline{\text{BC}}$ 이므로, $\triangle\text{ABE} + \triangle\text{ECD} = \triangle\text{EBC}$ 이다.
따라서 $\triangle\text{ABE} + \triangle\text{ECD} = 50\text{cm}^2$ 이다.
$\triangle\text{ECD} : \triangle\text{ABE} = 1 : 4 = 10\text{cm}^2 : 40\text{cm}^2$
$\therefore \triangle\text{ECD} = 10\text{cm}^2$

19. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

[배점 4, 중중]

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

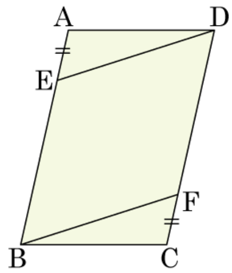
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

20. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{\text{AB}}$, $\overline{\text{CD}}$ 위에 $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{CF}}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\overline{\text{AB}}//\overline{\text{DC}}$, $\overline{\text{ED}}//\overline{\text{DF}}$

② $\angle\text{EBF} = \angle\text{EDF}$, $\angle\text{BED} = \angle\text{DFB}$

③ $\overline{\text{AD}} = \overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}}$

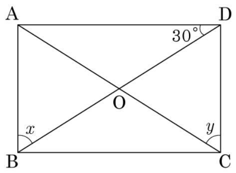
④ $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}}$, $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{CF}}$

⑤ $\overline{\text{BE}}//\overline{\text{DF}}$, $\overline{\text{BE}} = \overline{\text{DF}}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{\text{AB}}//\overline{\text{CD}}$, $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}}$
즉 $\overline{\text{EB}}//\overline{\text{DF}}$, $\overline{\text{AE}} = \overline{\text{CF}}$ 이므로 $\overline{\text{BE}} = \overline{\text{DF}}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle ADB = 30°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① $60°$ ② $90°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $150°$

해설

$\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이고 $\angle AOB = 30° + 30° = 60°$ 이고, $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 $x = (180° - 60°) \div 2 = 60°$ 이다.

$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ 이므로 $y = 60°$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 60° + 60° = 120°$ 이다.

22. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

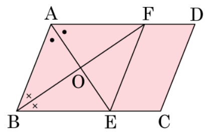
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



[배점 5, 중상]

① 직사각형 ② 마름모

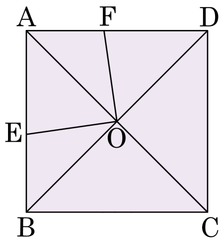
③ 정사각형 ④ 등변사다리꼴

⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$ 이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

24. 다음 정사각형 ABCD 의 두 변 AB, AD 위에 $\angle EOF = 90°$ 가 되도록 각각 두 점 E, F 를 잡았다. $\overline{AE} = 8$, $\overline{AF} = 6$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$\triangle AEO$ 와 $\triangle DFO$ 에서

$\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle EAO = \angle FDO = 45°$

$\angle EOA = 90° - \angle FOA = \angle FOD$ 이므로

$\triangle AEO \equiv \triangle DFO$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{DF}$

따라서

$\overline{AD} = \overline{AF} + \overline{DF} = 6 + 8 = 14$

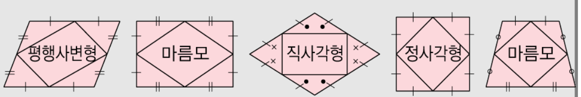
$\therefore \square ABCD = 14 \times 14 = 196$ 이다.

25. 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 차례로 연결하여 만든 사각형의 이름을 써라. [배점 5, 상하]

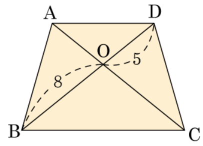
▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설



26. 다음 그림에서 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이다. $\overline{OD} = 5$, $\overline{OB} = 8$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



[배점 5, 상하]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BO} + \overline{DO} = \overline{BD} = \overline{AC}$이다.

$\therefore \overline{AC} = 13$