단원 종합 평가

1. 다음 두 집합 사이의 관계를 기호 $\subset$, $\not\subset$ 를 나타냈을 경우 A $\subset$ B 인 개수를 구하여라.

㉠ $A=\{a,b,c\}, B=\{a,b,c,d,e\}$

㉡ $A=\{1,2,3,4\}, B=\{3,4,5\}$

㉢ $A=\{1,2,3,6\}, B=\{x|x\text{는 }6\text{의 약수}\}$

㉣ $A=\{x\mid x\text{는 }4\text{ 의 배수}\}, B=\{x\mid x\text{는 }8\text{ 의 배수 }\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $A\subset B$ ㉡$A\not\subset B$ ㉢ $A\subset B$ ㉣ $B\subset A$

2. 두 집합이 서로 같지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{2,\ 3,\ 1\}$

② $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $B=\{x|x\text{는 }8\text{ 이하의 짝수}\}$

③ $A=\{a,\ b,\ c\}$, $B=\{c,\ b,\ a\}$

④ $A=\{x|x\text{는 }5\text{ 이하의 홀수}\}$, $B=\{x|x\text{는 }6\text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A=\{3,\ 6,\ 9,\ 12\}$, $B=\{x|x\text{는 }3\text{의 배수}\}$

해설

⑤ $B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}\neq A$

3. 세 집합
$A=\{x|0<x<1, x\text{는 홀수}\}$,
$B=\{x|x\text{는 한 자리의 짝수}\}$,
$C=\{x|x\text{는 3 이하의 자연수}\}$ 일 때,
$n(A)+n(B)+n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A=\{x|0<x<1, x\text{는 홀수}\}=\varnothing$ 이므로
$n(A)=0$,
$B=\{x|x\text{는 한자리의 짝수}\}=\{2,4,6,8\}$ 이므로
$n(B)=4$,
$C=\{x|x\text{는 3 이하의 자연수}\}=\{1,2,3\}$ 이므로
$n(C)=3$ 이다.
따라서 $n(A)+n(B)+n(C)=7$ 이다.

4. 다음 중 집합 $A=\{x\mid x\text{는 }8\text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

㉠ $\{1\}$	㉡ $\{1,\ 4\}$
㉢ $\{4,\ 10\}$	㉣ $\{4,\ 8\}$
㉤ $\{8,\ 10\}$	㉥ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

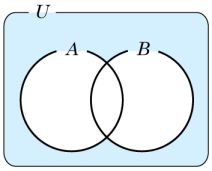
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

집합 A를 원소나열법으로 나타내면
$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이고, 부분집합을 구하면
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 8\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 8\}$, $\{4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 8\}$, $\{2,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$이다.
따라서 $10 \notin A$이므로 부분집합은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 이다.

5. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U)=40$, $n(A)=20$, $n(B)=18$, $n(A\cap B)=5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



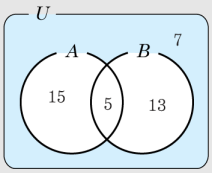
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7개

해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은$(A\cup B)^C$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=20+18-5=33$
$\therefore n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)=40-33=7$
[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7개이다.

6. 다음 중 무한집합은? [배점 4, 중중]

① $\{x|x$는 짝수인 소수$\}$

② $\{x|x$는 1과 2사이의 분수$\}$

③ $\left\{x|x\text{는 }\dfrac{4}{3x}=k,\ k\text{는 자연수}\right\}$

④ $\{2x+1|x,\ x$는 11보다 큰 소수$\}$

⑤ $\{x|1.5\le x\le 3.5,\ x$는 자연수$\}$

해설

① $\{x|x$는 짝수인 소수$\}$ → 짝수인 소수는 2 뿐이다.
② $\{x|x$는 1과 2사이의 유리수$\}$ → 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다.
③ $\left\{x|x\text{는 }\dfrac{4}{3x}=k,\ k\text{는 자연수}\right\}$ → $\dfrac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{4}{3}$
④ $\{2x+1|x,\ x$는 11보다 큰 소수$\}$ → 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
⑤ x 가 될 수 있는 수는 2, 3 뿐이다.

7. 집합 $A=\{\varnothing,\ a,\ \{a,\ b\},\{c,\ d,\ e\}\}$, $B=\{x\mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, $n(A)+n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A=\{\varnothing,\ a,\ \{a,\ b\},\{c,\ d,\ e\}\}$,
$B=\{x\mid x$는 12의 약수$\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
에서 $n(A)=4$, $n(B)=6$ 이므로
$n(A)+n(B)=10$ 이다.

8. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임

㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임

㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임

㉣ 7 의 배수의 모임

㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ '잘치는' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

9. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4 의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로 $2^{(\text{홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수})} = 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$(개)

10. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7 명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$x = 24 + 18 - 9$

$x = 33$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어을 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$(명)이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \varnothing, \{\varnothing\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.

따라서 $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

12. 집합 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $A=\{x \mid 0 \le x \le 3$인 정수$\}$

② $A=\{x \mid -1 < x \le 3$인 정수$\}$

③ $A=\{x \mid x$는 자연수를 4로 나눈 나머지$\}$

④ $A=\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$

⑤ $A=\{x \mid 0 < x \le 3$인 자연수$\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \le x < 4$인 수$\}$에는 $0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이외에도 $\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ 2,\ 5, \cdots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

13. 집합 $A=\{x \mid x$는 n미만의 자연수$\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 256 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^k = 256 = 2^8 \quad \therefore k=8$

B 의 원소의 개수가 8 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 8 개이다.

$2^{(n\text{미만의 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n=4$

14. 두 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$, $B=\{a,\ d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$B \subset X \subset A,\ B \neq X$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 개

해설

집합 X 는 $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 의 부분집합 중 a ,d 를 항상 원소로 갖는 집합이고 B 가 아니므로

$\{a,\ b,\ d\}$, $\{a,\ c,\ d\}$, $\{a,\ d,\ e\}$,

$\{a,\ b,\ c,\ d\}$, $\{a,\ b,\ d,\ e\}$,

$\{a,\ c,\ d,\ e\}$, $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 의 7 개이다.

15. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B)=k$ 라고 할 때, $n(A)=n(A^c)=5k,\ n(B-A)=3k$ 이다. 이 때 $n(A^c \cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(A)=n(A^c)=5k \rightarrow n(U)=40$ 이므로 $10k=40,\ k=4$ 이고,

$n(A)=20,\ n(B-A)=12$ 이므로 $n(A \cup B)=32$

$\therefore n(A^c \cap B^c)=n((A \cup B)^c)=n(U)-n(A \cup B)=40-32=8$