

단원 종합 평가

1. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, a, a+1\}$ 이고 $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하면?(정답 2개) [배점 4, 중중]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이거나 $a+1 = 4$ 여야 한다.

i) $a = 4$ 일 때

$B = \{2, 4, 5\}$, 원소들의 합은 11

ii) $a+1 = 4$ 즉 $a = 3$ 일 때

$B = \{2, 3, 4\}$, 원소들의 합은 9

2. 세 집합

$A = \{w, x, y, z\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\}$,

$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$

$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

3. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x = 2 \times n + 1, n = 0, 1\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $C \subset A \subset B$

② $A \subset B \subset C$

③ $B \subset A \subset C$

④ $C \subset B \subset A$

⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 3\}$

따라서 $C \subset B \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

4. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$

$A \times C = \{(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$

$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$

$\therefore n((A \times B) \cap (A \times C)) = 3$

5. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때,
 $n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

6. 다음 그림과 같이 빨강, 초록, 파랑, 보라 4개의 전등으로 구성된 숫자판이 있다. 세 집합 A, B, C 가 각각 다음과 같을 때, □ 안에 기호 $\subset, =$ 중 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



$A = \{x \mid x$
 는 숫자 4를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $B = \{x \mid x$
 는 숫자 5를 나타낼 때 켜지는 전등의 색}
 $C = \{x \mid x$
 는 숫자 6을 나타낼 때 켜지는 전등의 색}

$A \square C$

$B \square C$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $\subset$

▶ 정답: $\subset$

해설

집합 A, B, C 를 각각 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{\text{파랑, 보라, 초록}\},$
 $B = \{\text{빨강, 파랑, 보라}\},$
 $C = \{\text{빨강, 파랑, 보라, 초록}\}$ 이다.
 따라서 $A \subset C, B \subset C$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = A^c \cap B$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

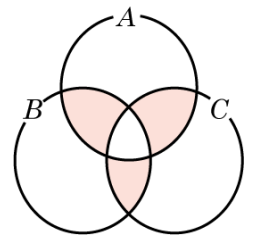
해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

8. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



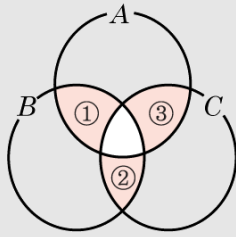
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 23개

해설

색칠된 부분 ①, ②, ③의 원소의 개수를 a, b, c 라 하면 $a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{1}$, $b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$, $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{3}$



$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16$,
 $B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$
 $C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$

①, ②, ③에 의해

$$\begin{aligned} a + b + c &= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C) \\ &= 16 + 6 + 10 - 9 = 23 \end{aligned}$$

9. 집합 $A_N = \{x \mid x \text{는 } N \text{의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, N 의 최솟값을 구하라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7개라면, A_N 의 부분집합의 개수는 8개이다.
 원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
 집합 A_N 의 원소의 개수는 3개이다.
 N 의 약수의 개수가 3개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
 따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ 라면,
 집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.
 따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$
 이므로 $n(C) = 8$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5인 부분집합의 개수를 구하라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 12개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5인 부분집합을 찾으려면,
 5는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.

(1) 1과 5는 포함되고, 2, 3은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(2) 2와 5는 포함되고, 1, 3은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

(3) 3과 5는 포함되고, 1, 2는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)

따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)